BHS
II K
56

BHS II K 56

31/h

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek: Vk
Gruppe: II
B Nr. 56

Anfangsgründe

der

Markscheidekunst

mit den

wichtigsten Sätzen aus der ebenen Trigonometrie,

zunächst für seine Schüler, sodann für Bergschulen, angehende Bergleute, Geometer 2c.

entworfen

von

Thaddäus Joseph Kotzura,
Professor der Mathematik an der Realschule zu Reichenberg.

Mit 4 lithographirten Tafeln.

BIBLIOTHEK DER K.B. GENERAL BERGW. U. SALINEN ADMINISTR.

Bayerische Staatsbibliothek München

Weimar 1848.
Verlag, Druck und Lithographie von B. Fr. Voigt.

31 h.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Aufgemuntert durch die Aufnahme, welche mein Schriftchen: „Erste Anleitung zum Operiren mit den gebräuchlichsten Meßinstrumenten. Mit 6 lithogr. Tafeln. Leipzig, 1847, A. G. Liebeskind" gefunden hat, habe ich mich entschlossen, zunächst für meine Schüler, welche im practischen Theile der Geometrie auch die Grundprincipien der Markscheidekunst hören, eine dem ersten Werkchen ähnliche Anleitung dem Drucke zu übergeben. In der Einleitung behandelte ich die ebene Trigonometrie aus practischem Gesichtspuncte, in der Meinung, daß eine Abhandlung in dieser Art Vielen erwünscht sein dürfte, da die Trigonometrie die Basis aller Berechnungen in der Markscheidekunst ist. Die Literatur der Markscheidekunst, wiewohl sie ziemlich reichhaltig ist, steht doch noch jener der Feldmeßkunst weit nach, da in der Neuzeit nicht sehr viel in dieser Hinsicht erscheint und viele von den älteren Wer-

ken entweder gar nicht oder nur antiquarisch zu haben sind. Das älteste Werk über Markscheidekunst, das noch in lateinischer Sprache geschrieben wurde, ist von G. Agricola 1556, welches nebstbei auch theilweise den Bergbau behandelt. Ein anderes Werk ist von A. Voigtl. 1686; ferner:

Anleitung zur unterirdischen Meß- oder Markscheidekunst von J. F. Weidler. 1765. Wien.

Anleitung zur Markscheidekunst, nach ihren Anfangsgründen und Ausübungen kürzlich entworfen. Dresden, bei Walther, 1749.

Kästner, Bemerkungen zur Markscheidekunst, Göttingen 1774.

Zu den neueren Werken rechne ich:

F. Lempe's gründliche Anleitung zur Markscheidekunst. Leipzig 1782 und 1792.

Möhling, Anleitung zur Markscheidekunst. Wien 1793.

Ignaz v. Voith's Vorschläge zur Vervollkommnung der Markscheiderinstrumente u. s. w. Landshut 1805.

Beschreibung der verschiedenen Zeichnen- und vorzüglich beim Bergbau nöthigen Vermessungsinstrumente von Joh. G. Studer. Mit 8 Kupfertafeln. Dresden 1811, in Commission der Arnoldischen Buchhandlung.

Lehrbuch der Markscheidekunst von Dan. Fr. Hecht. Mit 11 Kupfert. Freiberg bei Craz und Gerlach 1829.

Lang v. Hanstadt, Anleitung zur Markscheidekunst. Mit 26 großen Kupfertafeln. Pesth, 1835.

Die Markscheidekunst und das bergmännische Planzeichnen, nebst den brauchbarsten Tafeln zur Berechnung der Sohlen und Seigerteufen, nach der zehntheiligen Eintheilung des Lachters. Mit 10 Tafeln. Quedlinburg und Leipzig 1835.

Lehrbuch der practischen Geometrie von G. C. F. Ulrich. 2 Theile. Göttingen 1833.

Barfuß, Handbuch der höhern und niedern Meßkunde oder gründliche Unterweisung in der gewöhnlichen Feldmeßkunst, so wie zu größern geodätischen Aufnahmen, zu geographischen Triangulirungen, barometrischen Höhenmessungen, zu Nivellements und zum Gebrauch der Instrumente. 2. Aufl. Weimar beim Verleger dieses Werkes. 1847.

Theorie der Verschiebungen älterer Gänge mit Anwendung auf den Bergbau von J. C. L. Schmidt. Frankfurt am Main, 1810.

Die Wiederausrichtung verworfener Gänge, Lager und Flötze von J. Zimmermann. Darmstadt und Leipzig. 1828.

Einfache Construction zur Bestimmung der Kreuzlinie zweier Gänge, nebst einer Anweisung,

um mit Hülfe der Kreuzlinie einen verworfenen Gang wieder aufzusuchen. Leipzig bei Leopold Voß 1825. Mit 8 lith. Tafeln.

Neue Theorie von der Entstehung der Gänge mit Anwendung auf den Bergbau, besonders auf den Freibergischen, von A. G. Werner, Bergrath u. s. w.

Ich dachte diese vorzüglichsten Schriften in der Literatur der Markscheidekunst nicht übergehen zu dürfen, da eine Jeder, der nach Vervollkommnung strebt, durch diese sich weiter ausbilden kann.

Ich hoffe mit dem vorliegenden Werkchen bei Anfängern den Nutzen zu stiften, daß sie leicht zum Studium eines ausgebreiteten Werkes über Markscheidekunst ohne Schwierigkeit übergehen können.

Reichenberg.

Thaddäus Jos. Kotzura.

Trigonometrie.

Einleitung.

§. 1.

In jedem Dreiecke kommen sechs Sachen vor, welche zu berücksichtigen sind, nämlich 3 Seiten und 3 Winkel. Von der Größe der Winkel hängt auch die Größe der ihnen gegenüberliegenden Seiten, und auch umgekehrt: es hängt die Größe der Winkel von der Größe der ihnen gegenüberliegenden Seiten ab.

Aus der Planimetrie ist bekannt, daß ein Dreieck nur dann bestimmt ist, d. i., daß nur ein Dreieck zu construiren möglich ist:

1) wenn alle drei Seiten des Dreieckes, oder

2) wenn zwei Seiten sammt dem von ihnen eingeschlossenen Winkel,

3) wenn zwei Seiten mit dem der längeren gegebenen Seite gegenüberliegenden Winkel, oder

4) wenn eine Seite des Dreieckes mit den an dieser Seite gelegenen Winkeln gegeben sind.

Die Trigonometrie lehrt, wie man aus gegebenen, somit bekannten, Sachen oder Größen eines Dreieckes die noch übrigen Sachen oder Größen dieses Dreieckes, welche unbekannt sind, durch Rechnung auffinden kann, und man nennt dies: ein Dreieck auflösen.

Um ein Dreieck auflösen zu können, müssen, dem Gesagten zufolge, wenigstens drei Sachen gegeben sein und unter diesen eine Seite vorkommen; denn aus den

gegebenen drei Winkeln eines Dreieckes kann dasselbe nicht aufgelös't, d. i., keine Seite desselben bestimmt werden, indem es unzählige Dreiecke geben kann, welche die Winkel wechselweise gleich haben, wie Jedermann aus der Lehre von der Aehnlichkeit der Dreiecke bekannt ist.

Zusatz. Sind die Seiten des gegebenen Dreieckes geradlinig, d. i., liegt das Dreieck in einer Ebene, so ist seine Auflösung ein Gegenstand der ebenen Trigonometrie; ist das Dreieck ein Stück einer Kugelfläche, welches von drei Bogen größter Kreise eingeschlossen wird, so heißt das Dreieck ein sphärisches, und die Auflösung sphärischer Dreiecke ist ein Gegenstand der sphärischen Trigonometrie.

§. 2.

Denken wir uns in Fig. 1, Taf. zur Einleitung, den Winkel acm und aus dem Scheitelpuncte c desselben mit dem Halbmesser bc einen Bogen beschrieben, so heißt die Senkrechte bf, welche man aus dem Endpuncte b des Halbmessers dieses Bogens auf den andern ac fällt, der Sinus des Winkels x oder des Bogens ab, und man bezeichnet dieses, wenn man schreibt $bf = \sin. x$; wäre x, z. B., 48^0, so ist auch $bf = \sin. 48^0$. Wird der Winkel x größer, und zwar um den Winkel $bcg = z$, d. i., hat man den Winkel $x + z$ oder Bogen ag und sucht für diesen Fall seinen sinus, so ist es die Senkrechte gn, man hat $gn = \sin. (x + z)$, und man bemerkt zugleich, daß $gn > bf$ ist, was durch fortgesetztes Vergrößern des Winkels zu der Wahrheit führt, daß, je größer der Winkel wird, auch dessen sinus zunimmt oder wächst. Denkt man sich den Halbmesser bc oder beziehungsweise den Schenkel des Winkels x um c so gedreht, daß er in die Lage dc kommt und somit auf ac senkrecht steht, wodurch Winkel $acd = R$ oder Bogen $ad = 90^0$ wird, so fällt der sinus in diesem Falle mit dem Halbmesser dc zusammen und es ist $\sin. R = \sin. 90^0 = dc = r$, wenn r den Halbmesser bedeutet. Würde man die Länge des Halbmessers $dc = r = 1$ setzen, so wäre auch $\sin. 90^0 = 1$. Man nennt den sinus eines Winkels von 90^0 sinus totus, ganzen sinus.

Ebenso wird man bemerken müssen, daß der sinus des Winkels x kleiner wird, je näher der Halbmesser bc

gegen ac bewegt oder gedreht gedacht wird, d. i., je kleiner der Winkel x wird. Es hängt somit die Größe des sinus von der Größe des Winkels ab; man sagt: der sinus wächst, wenn der Winkel, zu dem er gehört, zunimmt, und nimmt ab, wenn letzterer kleiner wird.

Sollte der sin. des Winkels bce, welcher also ein stumpfer ist, oder sollte sin. Bogen bde gesucht werden, so ist es die Senkrechte bf, welche man aus dem Endpuncte b des einen Halbmessers bc auf die Verlängerung ac des andern Halbmessers ce zieht, nämlich bf = sin. bce, und weil Winkel x den Winkel bce zu 180° = 2R ergänzt, so ist bce = 180 — x und daher auch bf = sin. (180 — x). Den Ergänzungswinkel x zu 2R nennt man den supplementären Winkel, der mithin ein Nebenwinkel ist. Nebenwinkel oder supplementäre Winkel haben, dem Gesagten zu Folge, immer denselben sinus, indem bf, als sin., sowohl zu x, als auch zu bce gehört, d. i. bf = sin. x = sin. (180 — x).

Bewegt sich der Schenkel bc des Winkels so, daß ein Winkel acs, der also größer als 2R beträgt, entsteht, so findet man seinen sinus, wenn man den andern, unbeweglich gedachten Schenkel ac bis e verlängert und auf die Verlängerung ce aus s die Senkrechte st zieht; bezeichnen wir acs mit 180 + y, so ist

ts = sin. (180 + y) = sin. Bog. ades. Es ist leicht einzusehen, wie es Fig. 1 zeigt, daß ts auch als sinus zu Winkel y gehöre, nur hat ts eine entgegengesetzte Lage von jener, welche oberhalb des Durchmessers ac für die sinus Statt hat. Um nun die Lage des sinus zugleich anzugeben, ist man übereingekommen, die sinus, welche oberhalb ae liegen, d. i. im ersten Kreisquadranten ad oder im zweiten de sich befinden, als positiv, und jene sinus, die unterhalb de, also im dritten Quadranten qe oder im vierten aq liegen, als negativ anzusehen. Es ist daher

ts = sin. (180 + y) = — sin. y, und da nach dem früheren Winkel acs ein supplementärer Winkel zu y ist, so ist auch ts der sin. vom Winkel acs und wegen seiner Lage unterhalb ae hat man ts = — sin. (180 — y).

Denkt man sich den beweglichen Schenkel des Winkels x, nämlich bc gegen den unbeweglichen ac gedreht,

so wird, wenn Winkel x verschwindet, d. i. Null wird, auch der sinus verschwinden oder Null werden, d. i. sin. $0^o = 0$. Bewegt sich bc bis 2R, d. i. bis e, so verschwindet ebenfalls der sin.; man hat

sin $180^o = 0$. Kommt der bewegliche Schenkel bis q, so fällt der sin. mit dem Halbmesser cq zusammen; setzt man daher $cq = r = 1$, so ist sin. $270^o = -1$. Bewegt sich endlich der Schenkel von q gegen a im vierten Quadranten und fällt endlich wieder mit ac zusammen, so wird der sin. wieder = Null und man hat mit Berücksichtigung des Quadranten sin. $360^o = 0$.

§. 3.

Ist in Fig. 2 af = sin. x und ergänzt man den Winkel x zu $R = 90^o$, indem man mc senkrecht auf bc zieht, so nennt man den Winkel y = acm, oder den Ergänzungswinkel zu 90° den complementären Winkel zu Winkel x.

In Hinsicht des Winkels x nennt man den Abstand des Endpunctes f seines sin. af von dem Scheitelpuncte c des Winkels, den Cosinus von x und schreibt fc = cosin. x.

Auch der cosin. eines Winkels hängt von der Größe des Winkels ab, zu dem er gehört; denn nehmen wir an, bc sei unbeweglich, ac bewege sich aber und komme in die Lage nc, so ist ns = sin. bcn und sc = cosin. bcn, und da $sc < fc$, so ist ersichtlich, daß der cosin. desto kleiner wird, je größer der Winkel wird, und da $bca < bcn$, so ist auch einzusehen, daß auch umgekehrt zu dem kleineren Winkel bca ein größerer cosin. gehöre, und es ist somit die Wahrheit des Satzes zu begreifen, daß bei demselben Halbmesser zu einem kleineren Winkel ein größerer cosinus, und umgekehrt zu einem größeren Winkel ein kleinerer cosin. gehöre. Da aber die sinus nach §. 2 größer werden, je größer der Winkel, zu dem sie gehören, wird, und auch, umgekehrt, abnehmen, wenn der Winkel, zu dem sie gehören, kleiner wird, so kann man in Verbindung mit dem Vorausgegangenen sagen: Die cosinus nehmen ab, wenn die sinus desselben Winkels wachsen, und die cosinus werden größer, wenn die sinus abnehmen; denn es ist $af < ns$ und auch $fc > sc$.

Nähert sich also der bewegliche Schenkel ac gegen b, wodurch x immer kleiner wird, so wird auch der cosinus x immer größer; fällt endlich ac auf den unbeweglichen Schenkel bc, so ist Winkel x = Null und der cosin. erlangt da seinen größten Werth, er wird = bc = r = 1 und man schreibt daher cosin. 0 = 1.

Bewegt sich ac bis m, so daß Winkel x = 90° = Bogen bm wird, so wird während dieser Bewegung von ac gegen m, der cosin. der nach und nach entstehenden Winkel immer kleiner, bis endlich, wenn ac auf mc fällt, der cosin. gänzlich verschwindet, und man schreibt cosin. 90° = 0.

Bewegt sich ac über mc gegen e, d. i., wird Winkel x = aco, somit größer als 90°, so ist sein cosin. dann = cp und, wegen der entgegengesetzten Lage von der früheren, werden auch alle cosinus in dem zweiten Quadranten mce negativ bezeichnet, und weil z ein supplementärer Winkel zu aco ist, so ist

cp = — cosin. aco = cosin. (180 — z) = — cosin. z.

Bewegt sich ac aus der Lage in co gegen e, so wird der Winkel aco immer größer oder Winkel z wird immer kleiner, und da Winkel z kleiner wird, so wird sein cosin. immer größer. Fällt endlich co auf ce, d. i. wird ace = 180° und Winkel z = Null, so ist cosin. 180° = — r = — 1 = ce.

Kommt der bewegliche Schenkel in den dritten Quadranten qe, z. B. in die Lage ck, so ist der cosin. bck = cosin. (180° + w) = cg; da ferner cg auch der cosin. Winkel w ist und cg die entgegengesetzte Lage von fc oder sc hat, so ist cg negativ und es ist cosin. (180° + w) = — cosin. w. Da ferner w = 180° — bck ist, so ist auch cosin. (180° — bck) = — cosin. w.

Gelangt der bewegliche Schenkel in cq, d. i. ist bcq = 270°, so ist der cosin. = — 0, und fällt der bewegliche Schenkel endlich auf bc, so ist der cosin. = r = bc, d. i. cosin. 360° = 1.

§. 4.

Der Cosinus eines Winkels ist der Sinus seines complementären Winkels.

Ist nämlich in Fig. 2 fc = cosin. x und ad = sin. y, so ist auch cosin. x = sin. y.

Beweis. Weil af ⊥ bc und ad ⊥ cm, so ist fadc ein Rechteck, somit auch fc = ad, wie z. B. w.

Folgesatz. Weiß man daher den sin. eines Winkels, so ist auch der cosin. seiner Ergänzung zu 90° bekannt.

§. 5.

Das Stück des Halbmessers bc, welches zwischen dem Endpuncte des Halbmessers b und dem Anfangspuncte f des cosin. fc liegt, nämlich bf bezeichnet man mit dem Namen sinus versus oder Quersinus und schreibt

bf = sin. vers. x; ebenso ist bs = sin. vers. bcn.

Die Fig. 2 zeigt, daß, je größer der cosinus eines Winkels wird, desto kleiner sein sin. vers. werden muß, und fassen wir es mit dem Vorausgegangenen zusammen, so kann man auch sagen:

Je größer ein Winkel wird, desto größer wird auch sein sinus und sinus versus, während sein cosinus kleiner wird.

Durch ähnliche Betrachtung, wie in §. 2 und 3, wird man sehr leicht finden sin. vers. 0° = 0, sin. vers. 90° = 1 im ersten Quadranten; sin. vers. 180° = be = bc + ce = 2r = 2 im zweiten Quadranten; sin. vers. 270° = ce = 1 im dritten Quadranten; sin. vers. 360° = 0 im vierten Quadranten.

§. 6.

Der sinus vers. eines complementären Winkels heißt in Bezug auf den zu ergänzenden Winkel der cosinus versus. So ist in Fig. 2 md = cosin. vers. x und ebenso bf = cosin. vers. y.

Je größer ein Winkel wird, desto kleiner wird sein cosin. vers., und umgekehrt, nimmt der Winkel ab, so wächst sein cosin. vers.; denn kommt der bewegliche Schenkel ac des Winkels x in die Lage nc, so ist der cosin. vers. des nun größeren Winkels scn = mr und mr < md, und ebenso ist der cosin. vers. des kleiner

gewordenen Winkels y, nämlich cosin. vers. ncm = bs und bs > bf.

Denkt man sich den beweglichen Schenkel ac angefangen von der Lage in bc, wo also x = Null ist, durch alle 4 Quadranten des Kreises bewegt, so kommt man auf folgende Resultate: cosin. vers. 0° = mc = r = 1, cosin. vers. 90° = bc = r = 1, cosin. vers. 180° = mc = 1, cosin. vers. 270° = be = 2r = 2, cosin. vers. 360° = r = 1.

Wäre ferner ac in die Lage ck gekommen und wäre der cosin. vers. vom Winkel ack oder $180^o + w$ zu bestimmen, so ist

cosin. vers. $(180^o + w) = 2 -$ cosin. w = mq — tq = tm.

Man nennt den sinus, cosinus, sin. vers. und cosin. vers. eines Winkels die goniometrischen oder trigonometrischen Functionen dieses Winkels. Die Größe dieser Functionen hängt von der Größe des zu ihnen gehörenden Winkels, und die Größe des Winkels hängt von der Größe der zu diesem Winkel gehörenden Functionen ab. Wir können nun sagen:

Wird ein Winkel größer, so wird bei demselben Halbmesser sein sinus und sin. vers. auch größer, hingegen wird sein cosinus und cos. vers. kleiner und auch umgekehrt.

Man hat für einen angenommenen Halbmesser, nämlich = 1 die Logarithmen dieser Functionen berechnet, dieselben in Tabellen gebracht, die man trigonometrische Tafeln nennt. Die vorzüglichsten sind:

Logarithmisch-trigonometrische Tafeln vom Freiherrn von Vega, welche in Leipzig und Wien erschienen sind. Ferner zum technischen Gebrauche vorzüglich geeignet:

Logarithmisch-trigonometrische Tafeln von Moritz Rühlmann. Stereotyp-Ausgabe. Dresden und Leipzig. Arnoldische Buchhandlung. 1840.

Der Gebrauch solcher Tafeln läßt sich am besten erlernen, wenn man sich mit der Einleitung und Gebrauchsanweisung, welche diesen Tafeln beigefügt ist, dann auch mit der inneren Einrichtung derselben vertraut macht. Die Tafeln von Rühlmann haben besonders das Gute, daß in einer Anhangstabelle die trigonometrischen Functionen von 10 zu 10 Minuten schon berechnet vor-

kommen und man nicht genöthigt wird, mit Logarithmen zu rechnen.

§. 7.

Der sinus eines Winkels ist die Hälfte der Sehne, welche den doppelten Bogen oder Winkel spannt.

Beweis. Ist Fig. 3 $ab = \sin. x = \sin.$ Bogen ad und wird ab verlängert, daß die Verlängerung den fortgesetzten Bogen ad in m schneidet, so ist, wenn c mit m verbunden wird, nach Sätzen der Planimetrie $x = x'$, $ab = bm$, somit auch $ab = \frac{am}{2} = \frac{\text{chord.}\, 2x}{2}$.

1. Folgesatz: Der $\sin.\, 30^0 = \frac{r}{2} = \frac{1}{2} = 0{\cdot}5$.

Beweis: Ist nämlich $x = 30^0$, so ist chord. $2x$ = chord. 60^0; aber die Sehne von 60^0 ist gleich dem Halbmesser, der hier durch $r = 1$ ausgedrückt wird, somit ist in diesem Falle $\sin.\, 30^0 = \frac{\text{chord.}\, 60^0}{2} = \frac{ac}{2} = \frac{r}{2} = \frac{1}{2} = 0{\cdot}5$.

2. Folgesatz: $\sin.\, 45^0 = \frac{r}{2}\sqrt{2}$.

Beweis. Ist Fig. 4 $x = 45^0$, so ist $x' = 45^0$, somit $x + x' = 90^0$, und daher $\overline{ad}^2 = \overline{ac}^2 + \overline{dc}^2 = 2r^2$ und $ad = r\sqrt{2}$, und weil $ab = \frac{ad}{2}$, so ist auch $ab = \frac{r}{2}\sqrt{2}$ w. z. b. w.

Setzt man nun $r = 1$ und $\sqrt{2} = 1{\cdot}4142136$, so ist

$ab = \sin.\, 45^0 = 0{\cdot}5 \cdot 1{\cdot}4142136 = 0{\cdot}7071068$, welchen sin. man wirklich in den trigonometrischen Tafeln findet.

§. 8.

$\text{Sin.}\, 60^0 = \frac{r}{2}\sqrt{3}$.

Beweis. Ist in Fig. 5 $x = 60^\circ$, so muß wegen dem rechtwinklichen Dreiecke cab $y = 30^\circ$ sein, und es ist nach §. 7, Folgesatz 1: $ag = \sin. 30^\circ = \frac{r}{2}$, also auch $cb = \frac{r}{2}$, mithin $\overline{ab}^2 = \overline{ac}^2 - \overline{cb}^2 = r^2 - \frac{r^2}{4} = \frac{3r^2}{4}$ und $ab = \sinus 60^\circ = \frac{r}{2}\sqrt{3}$ w. z. b. w.

Setzen wir auch hier $r = 1$ und $\sqrt{3} = 1{\cdot}7320508$, so ist

$$\sinus 60^\circ = 0{\cdot}5 \cdot 1{\cdot}7320508 = 0{\cdot}8660254,$$

was man auch wirklich nach den Tafeln findet.

§. 9.

Die sinus von 0° bis 45° nehmen zu und die cosinus nehmen ab, und zwar nehmen die sinus von Null an zu und die cosinus nehmen, da $r = 1$ gesetzt wird, von 1 an ab, bis endlich nach §. 4 $\sin. 45^\circ = \cos. 45^\circ$, und es ist somit nach §. 7, Folgesatz 2, auch $\cos. 45^\circ = 0{\cdot}7071068$. Weil nach §. 4 der Sinus eines Winkels = ist dem cosin. seines Ergänzungswinkels zu 90°, so brauchte man nur die Sinus für den ersten Quadranten zu berühren, um auch die Cosinus zu wissen. Ist, z. B., berechnet worden

$\sin. 2^\circ 30'' = 0{\cdot}04362$, so weiß man auch schon $\cos. (90 - 2^\circ 30') = \cos. 87^\circ 30' = 0{\cdot}04362$.

§. 10.

Nebst den bis jetzt genannten trigonometrischen Functionen eines Winkels nehmen die Geometer noch andere an, nämlich die Tangente, Cotangente, Secante und Cosecante.

Denkt man sich in dem Endpuncte n des unbeweglichen Schenkels cn des Winkels x, Fig. 6, eine Senkrechte errichtet, den zweiten Schenkel ca so weit verlängert, bis er in m die Senkrechte schneidet, so nennt man diese dadurch in Hinsicht ihrer Größe bestimmte Senkrechte mn die Tangente des Winkels x und schreibt $mn = \tang. x$.

Es ist leicht einzusehen, daß die Größe der Tangente von der Größe des zu ihr gehörenden Winkels abhängt.

Denken wir uns nun, daß der bewegliche Schenkel des Winkels x sich nach und nach durch alle 4 Kreisquadranten bewege. Fällt ac auf cn, d. i. wird $x = 0$, so ist auch tang. $0^{o} = 0$. Bewegt sich ac, so wird auch die Tangente desto größer, je größer Winkel x wird, und wie man sich durch eine Zeichnung überzeugen kann, kann die Tangente ungemein groß werden, und kommt ac in die Lage von fc, d. i., wird $x = 90^{o}$, so geht die in n errichtete Tangente in's Unendliche, sie hat gar keine Grenzen, indem der andere Schenkel zu ihr parallel läuft, somit sich diese beiden Linien nie schneiden können, und es ist

tang. 90° = infinit. = unendlich groß = ∞.

Kommt der bewegliche Schenkel ac in den zweiten Quadranten, d. i. wird $x > R$ und $x < 180^{o}$, so fällt die Tangente auf die andere Seite und man betrachtet sie daher als **negativ** und man schreibt

tang. $(180 - y) = -$ tang. y. Wird $x = 180^{o}$, so verschwindet die Tangente und es ist, wegen der Lage im zweiten Quadranten, tang. $0^{o} = -0$.

Gelangt der bewegliche Schenkel ac in den dritten Quadranten, so wird die Tangente wieder positiv und nimmt zu, wenn der Winkel größer wird, bis endlich tang. 270° = infinit. = ∞.

Im vierten Quadranten ist die Tangente, wie im zweiten, negativ und wird endlich, wenn der bewegliche Schenkel auf den unbeweglichen cn fällt, gleich Null, und man hat, wegen der Lage im vierten Quadranten, tang. $360^{o} = -0$.

§. 11.

Die Tangente eines complementären Winkels ist die Cotangente zu dem Winkel, von welchem der erstere die Ergänzung ist. So ist in Fig. 6 die Linie fd = tang. y, und weil y die Ergänzung des Winkels x ist, so ist auch fd = cotang. x. Ebenso ist auch umgekehrt mn = tang. x und mn = cotang. y, weil auch x die Ergänzung des Winkels y zu 90° ist. Es ist leicht einzuse-

hen, daß die cotang. eines Winkels kleiner wird, wenn der Winkel zunimmt, und größer wird, wenn der Winkel kleiner wird.

Die cotang. ist im 2. und 4. Quadranten negativ, im 1. und 3. positiv; ferner ist

cotang. 0° = infinit. = ∞; cotang. $90^o = 0$; cotang. $180^o = -\infty$; cotang. $270^o = 0$; cotang. $360^o = -\infty$; cotang. $(180^o + x)$ = cotang. x; cotang. $(180^o - x) = -$ cotang. x; cotang. $(90^o - x)$ = tang. x.

Wäre in Fig. 6 $x = y$, so ist, da tang. x = cotang. y ist, auch tang. x = cotang. x, und dieß findet somit Statt, wenn $x = 45^o$ ist, denn dann ist auch der complementäre $y = 45^o$.

§. 12.

tang. $45^o = r = 1$, dem Halbmesser.

Beweis: Ist in Fig. 7 $x = 45^o$, so muß in dem rechtwinkeligen Dreiecke abc auch $y = 45^o$, somit ist $ab = bc = r = 1$, und da ab = tang. x = tang. 45°, so ist tang. $45^o = r = 1$.

Folgesatz. Es ist daher, weil in diesem Falle auch $x = z$ und tang. x = cotang. z = cotang. x ist,

cotang. $45^o = r = 1$.

§. 13.

Die Verbindungslinie cm, Fig. 6, des Endpunctes m der tang. mn mit dem Scheitel c des ihr zugehörigen Winkels x nennt man die secante des Winkels x und schreibt cm = sec. x Weil fd = tang. y, so ist auch cd = sec. y, und weil y der complementäre Winkel von x ist, so nennt man die Secante von y zugleich die Cosecante von x und auch umgekehrt, weil x den Winkel y zu 90° ergänzt, so ist die Secante von x, nämlich cm, auch die Cosecante von y und man schreibt:

cm = cosec. y, cd = cosec. x, ferner
sec. x = cosec. y und sec. y = cosec. x.

Die sec. und cosec. eines Winkels wird nie gleich Null, wie man sich durch Zeichnung überzeugen kann.

Ist der Winkel $= 0^\circ$, so ist die sec. = dem Halbmesser und man sagt sec. $0^\circ = 1$; wird der Winkel größer, so wächst auch die secante und erreicht einen unendlichen Werth bei 90°; es ist sec. $90^\circ = \infty$; im 2. Quadranten wird die secante negativ und es ist sec. $180^\circ = -1$, ferner ist sec. $(180^\circ - y) = -$ sec. y.

Im 3. Quadranten ist die secante ebenfalls negativ und es ist sec. $(180^\circ + y) = -$ sec. y und
sec. $270^\circ = - \infty$.

Im 4. Quadranten ist die sec. wieder wie im ersten positiv und man hat sec. $360^\circ = r = 1$.

Die cosecante eines Winkels wird kleiner, wenn der Winkel sich vergrößert, und wird größer, sobald der zu ihm gehörende Winkel kleiner wird. Sie hat ihren größten Werth, wenn der Winkel entweder 0°, 180° oder 360° enthält.

Im 1. Quadranten ist cosec. $0^\circ = \infty$ und cosec. $90^\circ = r = 1$.

Im 2. Quadranten ist sie ebenfalls positiv und es ist cosec. $(180^\circ - y) =$ cosec. y; cosec. $180^\circ = \infty$.

Im 3. und 4. Quadranten wird die cosec. negativ und es ist

cosec. $(180^\circ + y) = -$ cosec. y; cosec. $270^\circ = - r = - 1$;
cosec. $360^\circ = - \infty$.

Es ist auch, wie sich Jedermann durch Zeichnung überzeugen kann, sec. $45^\circ =$ cosec. 45°.

§. 14.

Den cosin., cotang., cosec. nennt man die Cofunctionen der zu ihnen gehörenden Functionen; so ist, z. B., cotang. x die Cofunction von tang. x, und aus dem Vorausgehenden ist sehr leicht einzusehen, daß, was für einen Winkel die Function ist, zugleich die Cofunction des Ergänzungswinkels zu 90° ist, man sagt:
sec. x = cosec. $(90^\circ - x)$, tang. x = cotang. $(90^\circ - x)$ u. s. w. In Hinsicht der Zeichen giebt folgende Tabelle eine Uebersicht für die 4 Kreisquadranten:

	1. Quadr.		2. Quadr.		3. Quadr.		4. Quadr.
	0°	90°		180°		270°	360°
sinus . . .	0	1	+	0	—	—1	—0
cosinus . .	1	0	—	—1	—	—0	+1
tangente .	0	∞	—	—0	+	∞	—0
cotangente	∞	0	—	—∞	+	0	—∞
cosecant. .	∞	1	+	∞	—	—1	—∞
secant. . .	1	∞	+	—1	—	—∞	+1
sin. vers. .	0	1	—	2	+	+1	+1
cosin. vers.	1	1	+	1	+	+2	+1

§. 15.

Oft ist es nothwendig, eine Function durch andere auszudrücken; dazu dienen folgende Gleichungen:

Es sei in Fig. 6 $fc = ac = cn = r = 1$, so ist

1) $\overline{ab}^2 = \overline{ac}^2 - \overline{bc}^2$, $ab = \sqrt{\overline{ac}^2 - \overline{bc}^2}$, daher auch $\text{sin. } x = \sqrt{1 - \text{cosin.}^2 x}$.

2) Weil $bc = \sqrt{\overline{ac}^2 - \overline{ab}^2}$, so ist auch $\text{cosin. } x = \sqrt{1 - \text{sin.}^2 x}$.

3) Weil $mn : ab = cn : bc$, woraus $mn = \frac{ab \cdot cn}{bc}$, so ist $\text{tang. } x = \frac{\text{sin. } x}{\text{cosin. } x}$.

4) Weil $fd : ag = fc : gc$, woraus $fd = \frac{ag \cdot fc}{gc}$, so ist $\text{cotang. } x = \frac{\text{cosin. } x}{\text{sin.}}$.

5) Weil $cm : cn = ac : cb$, woraus $cm = \frac{cn \cdot ac}{cb}$, so ist $\text{sec. } x = \frac{1}{\text{cosin. } x}$.

6) Weil $cd : fc = ac : cg$, woraus $cd = \frac{fc \cdot ac}{cg}$, so ist auch $\text{cosec. } x = \frac{1}{\text{sin. } x}$,

7) Weil bn = cn — bc, so ist auch
$\sin.\ \text{vers.}\ x = 1 - \text{cosin.}\ x.$

8) Weil fg = fc — gc, so ist auch
$\text{cosin. vers.}\ x = 1 - \sin.\ x.$

§. 16.

Aufgabe: Man soll den sin. x, Fig. 6, durch alle trigonometrischen Functionen ausdrücken.

Auflösung:

1) Durch die Tangente.

Aus Gleichung 3 des vorigen Paragraphen ist $\text{tang.}\ x = \frac{\sin.\ x}{\text{cosin.}\ x}$, und da nach Gleichung 2 $\text{cosin.}\ x = \sqrt{(1 - \sin.^2 x)}$, so ist auch

$\text{tang.}\ x = \frac{\sin.\ x}{\sqrt{(1 - \sin.^2 x)}}$, somit auch

$\text{tang.}\ x \cdot \sqrt{(1 - \sin.^2 x)} = \sin.\ x$ oder

$\text{tang.}^2\ x \cdot (1 - \sin.^2 x) = \sin.^2\ x,$

$\text{tang.}^2\ x - \text{tang.}^2\ x\ \sin.^2\ x = \sin.^2\ x$, woraus

$\sin.^2\ x\ (\text{tang.}^2\ x\ \sin. + 1) = \text{tang.}^2\ x,$

$\sin.^2\ x = \frac{\text{tang.}^2\ x}{\text{tang.}^2\ x + 1}$ und $\sin.\ x = \frac{\text{tang.}\ x}{\sqrt{(\text{tang.}^2\ x + 1)}}.$

2) Durch die Cotangente:

Der Gleichung 1, §. 15, zufolge ist:
$\sin.^2\ x = 1 - \text{cosin.}^2\ x.$ Ferner ist nach Gleichung 4:

$\text{cotang.}\ x = \frac{\text{cosin.}\ x}{\sin.\ x}$, woraus

$\text{cotang.}\ x \cdot \sin.\ x = \text{cosin.}\ x$ oder

$\text{cosin.}^2\ x = \text{cotang.}^2\ x \cdot \sin.^2\ x$; wird dieser Werth in der zuerst aufgestellten Gleichung substituirt, so ist auch

$\sin.^2\ x = 1 - \text{cotang.}^2\ x \cdot \sin.^2\ x$, woraus

$\sin.^2\ x + \text{cotang.}^2\ x \cdot \sin.^2\ x = 1,$

$\sin.^2\ x\ (1 + \text{cotang.}^2\ x) = 1,$

$\sin.^2\ x = \frac{1}{1 + \text{cotang.}^2\ x}$ und endlich

$\sin.\ x = \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{cotang.}^2\ x)}}.$

3) Durch die secante:

Nach Gleichung 5, §. 15, ist sec. $x = \frac{1}{\cos. x}$, und da cosin. $x = \sqrt{(1 - \sin.^2 x)}$, so ist auch

sec. $x = \frac{1}{\sqrt{(1 - \sin.^2 x)}}$, daher auch

$\sec.^2 x (1 - \sin.^2 x) = 1$,

$\sec.^2 x - \sec.^2 x \cdot \sin.^2 x = 1$, $\sec.^2 x \sin.^2 x =$ sec. $x - 1$, woraus $\sin.^2 x = \frac{\sec.^2 x - 1}{\sec.^2 x}$ und

$\sin. x = \frac{\sqrt{(\sec.^2 x - 1)}}{\sec. x}$.

4) Durch die cosecante:

Nach Gleichung 6, §. 15, ist cosec. $x = \frac{1}{\sin. x}$, daher auch sin. $x = \frac{1}{\text{cosec. } x}$.

5) Durch den cosinus.

Nach Gleichung 1 ist ohnehin sin. $x = \sqrt{(1 - \cos in.^2 x)}$.

6) Durch den sinus vers.:

Nach Gleichung 7 ist sin. vers. $x = 1 -$ cosin. x, also auch sin. vers. $x = 1 - \sqrt{(1 - \sin.^2 x)}$,

$1 - \sin. \text{vers.} x = \sqrt{(1 - \sin.^2 x)}$, oder

$1 - 2 \sin. \text{vers.} x + \sin. \text{vers.}^2 x = 1 - \sin.^2 x$, woraus

$\sin.^2 x = 2 \cdot \sin. \text{vers.} x - \sin. \text{vers.}^2 x$ und

$\sin. x = \sqrt{(2 \cdot \sin. \text{vers.} x - \sin. \text{vers.}^2 x)}$.

7) Durch den cosinus vers.:

Nach Gleichung 8 ist cosin. vers. $x = 1 - \sin. x$, woraus folgt sin. $x = 1 -$ cosin. vers. x.

§. 17.

Aufgabe. Es soll cosin. x durch alle trigonometrischen Functionen ausgedrückt werden.

Auflösung. Benützt man die Gleichungen des §. 15 und verfährt wie in §. 16, so erhält man

$$\text{cosin. } x = \sqrt{(1 - \text{sin. } x)},$$

$$\text{cosin. } x = \frac{1}{\sqrt{(\text{tang.}^2 x + 1)}},$$

$$\text{cosin. } x = \frac{\text{cotang. } x}{\sqrt{(\text{cotang.}^2 x + 1)}},$$

$$\text{cosin. } x = \frac{1}{\text{sec. } x},$$

$$\text{cosin. } x = \frac{\sqrt{(\text{cosec.}^2 x - 1)}}{\text{cosec. } x},$$

$$\text{cosin. } x = 1 - \text{sin. vers. } x,$$

$$\text{cosin. } x = \sqrt{(2 \cdot \text{cosin. vers. } x - \text{cosin. vers.}^2 x)}.$$

§. 18.

Aufgabe. Es soll tang. x, Fig. 6, durch alle trigonometrischen Functionen ausgedrückt werden.

Auflösung. 1) Durch den sinus.

Nach Gleichung 3, §. 15, ist tang. $x = \frac{\text{sin. } x}{\text{cosin. } x}$, aber cosin. $x = \sqrt{(1 - \text{sin.}^2 x)}$, somit auch tang. $x = \frac{\text{sin. } x}{\sqrt{(1 - \text{sin.}^2 x)}}$.

2) Durch den cosinus.

Es ist tang. $x = \frac{\text{sin. } x}{\text{cosin. } x}$, und da sin. $x = \sqrt{(1 - \text{cosin.}^2 x)}$, so ist auch tang. $x = \frac{\sqrt{(1 - \text{cosin}^2 x)}}{\text{cosin. } x}$.

3) Durch die cotangente:

Da tang. $x = \frac{\text{sin. } x}{\text{cosin. } x}$, so ist auch tang. $x \cdot$ cosin. x = sin. x. Ferner ist nach Gleichung 4, §. 15, cotang. $x = \frac{\text{cosin. } x}{\text{sin. } x}$, also auch sin. $x = \frac{\text{cosin. } x}{\text{cotang. } x}$ und wird dieser Werth in der früheren Gleichung tang. x cosin. x = sin. x eingeführt, so ist tang. $x = \frac{1}{\text{cotang. } x}$.

4) Durch die secante:

In dem Dreiecke cmn, Fig. 6, ist

$\overline{mn}^2 = \overline{cm}^2 - \overline{cn}^2$ oder $\text{tang.}^2 x = \text{sec.}^2 x - 1$, somit
$$\text{tang. } x = \sqrt{(\text{sec.}^2 x - 1)}.$$

5) Durch die cosecante:

Im Dreiecke cfd ist $cd^2 = fd^2 + fc^2$ oder $\text{cosec.}^2 x = \text{cotang.}^2 x + 1$, aber in Gleichung 3 dieses §. ist

$\text{tang. } x = \frac{1}{\text{cotang. } x}$, also auch

$\text{cotang. } x = \frac{1}{\text{tang. } x}$, und wird dieser Werth in der zuerst aufgestellten Gleichung substituirt, so ist

$$\text{cosec.}^2 x = \frac{1}{\text{tang.}^2 x} + 1, \text{ woraus}$$
$$\text{tang.}^2 x \, (\text{cosec.}^2 x - 1) = 1, \text{ und endlich}$$
$$\text{tang. } x = \frac{1}{\sqrt{(\text{cosec.}^2 x - 1)}} \text{ folgt.}$$

6) Durch den sinus vers.:

Nach Gleichung 7, §. 15, ist $\text{sin. versus } x = 1 - \text{cosin. } x$.

Nun ist aber nach §. 17 der cosin. x durch die tangente ausgedrückt $= \frac{1}{\sqrt{(\text{tang.}^2 x + 1)}}$, daher auch

$\text{sin. vers. } x = 1 - \frac{1}{\sqrt{(\text{tang.}^2 x + 1)}}$, oder

$1 - \text{sin. vers. } x = \frac{1}{\sqrt{(\text{tang.}^2 x + 1)}}$, oder

$1 - 2 \cdot \text{sin. vers. } x + \text{sin. vers.}^2 x = \frac{1}{\text{tang.}^2 x + 1}$, und wird der Werth für tang. x aus dieser Gleichung gesucht, so ist

$$\text{tang. } x = \frac{\sqrt{(2 \cdot \text{sin. vers. } x - \text{sin. vers.}^2 x)}}{1 - \text{sin. vers. } x}.$$

7) Durch den cosinus vers.

Nach Gleichung 8, §. 15, ist $\text{cosin. vers. } x = 1 - \text{sin. } x$, aber nach Gleichung 1, §. 16, ist auch $\text{sin. } x = \frac{\text{tang. } x}{\sqrt{(\text{tang.}^2 x + 1)}}$, daher auch

$$\text{cosin. vers. } x = 1 - \frac{\text{tang. } x}{\sqrt{(\text{tang.}^2 x + 1)}}, \text{ oder}$$

$$(1 - \text{cosin. vers. } x)^2 = \frac{\text{tang. } x}{\text{tang.}^2 x + 1},$$ und wird aus dieser Gleichung der Werth für tang. x gesucht, so erhält man

$$\text{tang. } x = \frac{1 - \text{cosin. vers. } x}{\sqrt{(2 \cdot \text{cosin. vers. } x - \text{cosin. vers.}^2 x}}.$$

§. 19.

Man soll die cotangente durch alle trigonometrischen Functionen ausdrücken.

Auflösung. Nach Gleichung des vorigen §. ist $\text{tang. } x = \frac{1}{\text{cotang. } x}$, also auch $\text{cotang. } x = \frac{1}{\text{tang. } x}$; man braucht daher in dieser letzten Gleichung nur für tang. x die im vorigen §. gefundenen Werthe zu substituiren, so erhält man cotang. x durch alle trigonometrischen Functionen ausgedrückt; nämlich in der Reihenfolge des vorigen §. ist

1) $\text{cotang. } x = \frac{\sqrt{(1 - \text{sin.}^2 x)}}{\text{sin. } x}$,

2) $\text{cotang. } x = \frac{\sqrt{(1 - \text{cosin.}^2 x)}}{\text{cosin. } x}$.

3) $\text{cotang. } x = \frac{1}{\sqrt{(\text{sec.}^2 x - 1}}$,

4) $\text{cotang. } x = \sqrt{(\text{cosec.}^2 x - 1)}$,

5) $\text{cotang. } x = \frac{1 - \text{sin. vers. } x}{\sqrt{(2 \cdot \text{sin. vers. } x - \text{sin. vers.}^2 x}}$,

6) $\text{cotang. } x = \frac{\sqrt{(2 \cdot \text{cosin. vers. } x - \text{cosin. vers.}^2 x)}}{1 - \text{cosin. vers. } x}$.

§. 20.

Es ist die secante x durch alle trigonometrischen Functionen auszudrücken.

Auflösung. Nach Gleichung 5, §. 15, ist $\text{sec. } x = \frac{1}{\text{cosin. } x}$; da aber schon im §. 17 für cosin. x alle

Werthe gefunden wurden, so braucht man dieselben nur in dieser aufgestellten Gleichung zu substituiren, und man erhält

$$1)\ \sec.\ x = \frac{1}{\sqrt{(1 - \sin.^2 x)}},$$

$$2)\ \sec.\ x = \sqrt{(\tan g.^2\ x + 1)},$$

$$3)\ \sec.\ x = \frac{\sqrt{(\mathrm{cotang.}^2\ x + 1)}}{\mathrm{cotang.}\ x},$$

$$4)\ \sec.\ x = \frac{\mathrm{cosec.}\ x}{\sqrt{(\mathrm{cosec.}^2\ x - 1)}},$$

$$5)\ \sec.\ x = \frac{1}{1 - \sin.\ \mathrm{vers.}\ x},$$

$$6)\ \sec.\ x = \frac{1}{\sqrt{(2 \cdot \mathrm{cosin.\ vers.}\ x - \mathrm{cosin.\ vers.}^2\ x}}.$$

§. 21.

Um die cosec. x durch alle trigonometrischen Functionen auszudrücken, hat man aus §. 15 die Gleichung $\mathrm{cosec.}\ x = \frac{1}{\sin.\ x}$ und werden in derselben für sin. x die in §. 16 gefundenen Werthe nach und nach eingeführt, so hat man in derselben Reihenfolge:

$$1)\ \mathrm{cosec.}\ x = \frac{\sqrt{(\tan g.^2\ x + 1)}}{\tan g.\ x},$$

$$2)\ \mathrm{cosec.}\ x = \sqrt{(1 + \mathrm{cotang.}^2\ x)},$$

$$3)\ \mathrm{cosec.}\ x = \frac{\sec.\ x}{\sqrt{(\sec.^2 x - 1}},$$

$$4)\ \mathrm{cosec.}\ x = \frac{1}{\sqrt{(1 - \mathrm{cosin.}^2\ x}},$$

$$5)\ \mathrm{cosec.}\ x = \frac{1}{\sqrt{(2 \cdot \sin.\ \mathrm{vers.}\ x - \sin.\ \mathrm{vers.}^2\ x}},$$

$$6)\ \mathrm{cosec.}\ x = \frac{1}{1 - \mathrm{cosin.\ vers.}}.$$

§. 22.

Es ist der sinus und cosinus zweier Winkel oder Bögen gegeben, man soll den sinus und cosinus der

Summe und Differenz dieser beiden Winkel oder Bögen durch Formeln ausdrücken.

Ist nämlich in Fig. 7 Winkel acb = Bogen ab = x, so ist be = sin. x; ist Winkel bcd = Bogen bd = y, so ist dg = sin. y, ebenso ist ce = cosin. x und gc = cosin. y. Verlängert man dg bis k, so ist gd = gk, daher auch Bogen kb = Bogen bd, und wird k mit c durch kc verbunden, so ist auch Winkel bcd = Winkel kcb, oder Winkel kcb = Bogen bd = y. Um den sin. (x+y) zu erhalten, muß df ⊥ ac gezogen werden und es ist df = sin. (x + y), sowie auch fc = cosin. (x + y). Ferner ist Bogen ak = Bogen ab — Bogen kb, oder Bogen ak = x — y, wird somit km ⊥ ac gezogen, so ist km = sin. Bogen ak = sin. (x — y) und ebenso ist mc = cosin. (x — y).

Es sind somit die Formeln für sin. (x+y), sin. (x—y), cosin. (x + y) und cosin. (x—y) zu finden.

Auflösung. Wird gp ⊥ ac, gl ⊥ df gezogen, so ist

1) df = fl + ld = gp + ld,

2) km = gp — gh = gp — ld, indem, wegen der Congruenz der Dreiecke khg und gld, gh = ld ist.

3) fc = cp — pf = cp — gl.

4) cm = cp + mp = cp + kh = cp + gl.

Es handelt sich nun darum, die einzelnen Stücke dieser 4 Gleichungen aufzufinden.

Zunächst ist cgp ∾ cbe und man hat

gp : be = cp : ce,

cp : ce = cg : cb, daher auch

gp : be = cg : cb oder gp : sin. x = cosin. y : 1,

woraus gp = sin. x · cosin. y. Der Halbmesser wird hier = 1 gesetzt. Wird der gefundene Werth von gp in der zuerst aufgestellten Proportion eingeführt, so ist sin. x · cosin. y : sin. x = cp : cosin. x, woraus

cp = cosin. x · cosin. y.

Ferner ist cbe ∽ gdl nach dem Satze: Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn die Seiten des einen Dreieckes oder ihre Verlängerungen auf den Seiten des andern Dreieckes senkrecht stehen, somit ist

dl : ce = gl : be,

gl : be = dg : cb, woraus

dl : ce = dg : cb oder dl : cosin. x = sin. y : 1, also

$dl = \sin. y \cdot \text{cosin}. x$, und wird dieser Werth eingeführt in $dl : ce = gl : be$, so ist
$\sin. y \cdot \text{cosin}. x : \text{cosin}. x = gl : \sin. x$, woraus
$gl = \sin. x \cdot \sin. y$.

Substituirt man in den 4 zuerst aufgestellten Gleichungen die nun gefundenen Werthe für gp, cp, dl und gl, so erhält man in derselben Reihenfolge die Formeln

1) $\sin. (x + y) = \sin. x \cdot \text{cosin}. y + \sin. y \cdot \text{cosin}. x$.
2) $\sin. (x - y) = \sin. x \cdot \text{cosin}. y - \sin. y \cdot \text{cosin}. x$.
3) $\text{cosin}. (x + y) = \text{cosin}. x \cdot \text{cosin}. y - \sin. x \cdot \sin. y$.
4) $\text{cosin}. (x - y) = \text{cosin}. x \cdot \text{cosin}. y + \sin. x \cdot \sin. y$.

§. 23.

Es ist der Sinus eines Winkels oder Bogens x gegeben, man soll den sinus und cosinus des doppelten Winkels oder Bogens, d. i. von 2 x, finden.

Auflösung. Setzt man in der 1. und 3. Formel des vorigen Paragraphen $x = y$ und macht die gehörigen Zusammenziehungen, so erhält man aus 1. und 3. die Formeln:

$\sin. 2x = 2 \cdot \sin. x \cdot \text{cosin}. x$,
$\text{cosin}. 2x = \text{cosin}.^2 x - \sin.^2 x$, und da $\sin.^2 x = 1 - \text{cosin}.^2 x$, so ist auch
$\text{cosin}. 2x = \text{cosin}.^2 x - (1 - \text{cosin}.^2 x) = 2 \cdot \text{cosin}.^2 x - 1$.

§. 24.

Es ist aus dem gegebenen sinus und cosinus eines Winkels oder Bogens z der sin. und cosin. des halben Winkels oder des halben Bogens, d. i. von $\frac{1}{2} z$, zu finden.

Auflösung. Setzt man in den beiden Formeln des vorigen Paragraphen $2x = z$, so ist $x = \frac{1}{2} z$, somit der halbe Winkel oder Bogen von dem gegebenen. Ferner erhält man aus den beiden Formeln des vorigen Paragraphen, und zwar, wenn man von $\text{cosin}. 2x = \text{cosin}.^2 x - \sin.^2 x$ die Gleichung $1 = \text{cosin}.^2 x + \sin.^2 x$ subtrahirt

$1 - \text{cosin.}\ 2x = 2 \cdot \sin.\ x^2$ und $\sin.\ x = \sqrt{\left(\frac{1 - \text{cosin.}\ 2x}{2}\right)}$.

Wird hier, dem Vorausgeschickten zufolge, $x = \frac{1}{2}z$ gesetzt, so ist 1) $\sin.\ \frac{1}{2}z = \sqrt{\left(\frac{1 - \text{cosin.}\ z}{2}\right)}$, was die Formel für den sin. des halben Winkels oder Bogens ist. Wird ferner die letzte Gleichung des vorigen Paragraphen, nämlich

$\text{cosin}\ 2x = {}^2\ \text{cosin.}^2 x - 1$ für cosin. x aufgelös't, so ist $2 \cdot \text{cosin.}^2 x = 1 + \text{cosin.}\ 2x$ und

$$\text{cosin.}\ x = \sqrt{\left(\frac{1 + \text{cosin.}\ 2x}{2}\right)}.$$

Wird in dieser Gleichung, der Annahme zufolge, $x = \frac{1}{2}z$, $2x = z$ gesetzt, so ist

2) $\text{cosin.}\ \frac{1}{2}z = \sqrt{\left(\frac{1 + \text{cosin.}\ z}{2}\right)}$, was die Formel für den cosin. des halben Winkels oder des halben gegebenen Bogens ist.

§. 25.

Um die Tangente von der Summe und Differenz zweier Winkel zu finden, deren sin. und cosin. einzeln gegeben sind, dividire man aus §. 22 zuerst Gleichung 1 durch Gleichung 3, so ist der Quotient die Tangente von der Summe der Winkel x und y; denn der sinus eines Winkels getheilt durch den cosin. desselben Winkels giebt nach §. 15 die Tangente dieses Winkels und man hat

$$\text{tang.}\ (x + y) = \frac{\sin.\ (x + y)}{\text{cosin.}\ (x + y)} = \frac{\sin.\ x \cdot \text{cosin.} y + \sin.\ y \cdot \text{cosin.}\ x}{\text{cosin.}\ x \cdot \text{cosin.}\ y - \sin.\ y \cdot \sin.\ x},$$

und ebenso Gleichung 2 durch Gleichung 4, §. 22, dividirt

$$\text{tang.}\ (x + y) = \frac{\sin.\ (x - y)}{\text{cosin.}\ (x - y)} = \frac{\sin.\ x \cdot \text{cosin.}\ y - \sin.\ y \cdot \text{cosin.}\ x}{\text{cosin.}\ x \cdot \text{cosin.}\ y + \sin.\ y \cdot \sin.\ x}.$$

Werden in beiden hier aufgestellten Gleichungen Zähler und Nenner durch cosin. x · cosin. y dividirt und berücksichtigt, daß $\frac{\text{sin. } x}{\text{cosin. } x} = \text{tang. } x$, so erhält man die beiden Formeln:

$$1)\ \text{tang. } (x+y) = \frac{\text{tang. } x + \text{tang. } y}{1 - \text{tang. } x \cdot \text{tang. } y} \text{ und}$$

$$2)\ \text{tang. } (x-y) = \frac{\text{tang. } x - \text{tang. } y}{1 + \text{tang. } x \cdot \text{tang. } y}.$$

Um die cotang. (x + y) und cotang. (x — y) zu erhalten, darf nur berücksichtigt werden, daß dieselbe erhalten wird, wenn die Einheit durch die Tangente desselben Winkels dividirt wird, §. 19. Wird somit 1 durch die beiden Formeln dividirt, so ist

$$3)\ \text{cotang. } (x+y) = \frac{1}{\text{tang. } (x+y)} = \frac{1 - \text{tang. } x \cdot \text{tang. } y}{\text{tang. } x + \text{tang. } y} \text{ und}$$

$$4)\ \text{cotang. } (x-y) = \frac{1}{\text{tang. } (x-y)} = \frac{1 + \text{tang. } x \cdot \text{tang. } y}{\text{tang. } x - \text{tang. } y}.$$

Wird in der Formel 1. und 3. x = y gesetzt, so erhält man die tang. und cotang. des doppelten Winkels oder Bogens und es ist aus Formel 1:

$$\text{tang. } 2x = \frac{2 \cdot \text{tang. } x}{1 - \text{tang.}^2 x},$$

aus 3. wird $\text{cotang. } 2x = \frac{1 - \text{tang.}^2 x}{2 \text{ tang. } x}$.

Wird endlich Gleichung 1, §. 24, nämlich für sin. ½z durch Gleichung 2 desselben §. dividirt, so erhält man die tang. des halben Winkels oder Bogens; man hat

$$\frac{\text{sin. } \frac{1}{2}z}{\text{cosin. } \frac{1}{2}z} = \text{tang. } \tfrac{1}{2}z = \sqrt{\left(\frac{1 - \text{cosin. } z}{1 + \text{cosin. } z}\right)} \text{ und für}$$

cotang. ist $\text{cotang. } \frac{1}{2}z = \frac{1}{\text{tang. } \frac{1}{2}z} =$

$$\sqrt{\left(\frac{1 + \text{cosin. } z}{1 - \text{cosin. } z}\right)}.$$

§. 26.

Aus den in §. 22 aufgestellten 4 Gleichungen lassen sich noch einige Formeln ableiten; wenn man sie paarweise addirt und subtrahirt, so erhält man

$$\sin.(x+y)+\sin.(x-y)=2\cdot\sin.x\cdot\text{cosin}.y.$$
$$\sin.(x+y)-\sin.(x-y)=2\cdot\text{cosin}.x\cdot\sin.y.$$
$$\text{cosin}.(x-y)+\text{cosin}.(x+y)=2\cdot\text{cosin}.x\cdot\text{cosin}.y.$$
$$\text{cosin}.(x+y)-\text{cosin}.(x+y)=2\cdot\sin.x\cdot\sin.y.$$

§. 27.

Sollen die sinus und cosinus der vielfachen Winkel oder Bögen durch jene der einfachen Winkel oder Bögen ausgedrückt werden, so setze man in den Gleichungen 1 und 3, §. 22: $x=(n+1).z$ und $y=z$, so erhält man aus 1:

$$\sin.(n+2)z=2.\sin.(n+1)z.\text{cosin}.z-\sin.nz,$$

und aus 3:

$$\text{cosin}.(n+2)z=2.\text{cosin}.(n+1).z.\text{cosin}.z-\text{cosin}.nz.$$

Werden in diesen beiden Gleichungen statt n die Zahlen 0, 1, 2, 3 . . u. s. w. eingeführt und die gehörigen Reductionen vorgenommen, so erhält man nach und nach aus der ersten Gleichung:

$$\sin.2z=2.\sin.z.\text{cosin}.z,$$
$$\sin.3z=3.\sin.z-4.\sin.^3z,$$
$$\sin.4z=(4.\sin.z-8.\sin.^3z).\text{cosin}.z,$$
$$\sin.5z=5.\sin.z-20\sin^3z+16\sin.^5z,$$
$$\sin.6z=(6.\sin.z-32\sin.^3z+32\sin.^5z)\text{cosin}.z \text{ u. s. w.}$$

Aus der zweiten Gleichung erhält man:

$$\text{cosin}.2z=\text{cosin}.^2z-\sin.^2z,$$
$$\text{cosin}.3z=4\text{cosin}.^2z-3\text{cosin}.z,$$
$$\text{cosin}.4z=8\text{cosin}.^4z-8\text{cosin}.^2x+1,$$
$$\text{cosin}.5z=16\text{cosin}.^5z-20\text{cosin}.^3z+5\text{cosin}.z$$

u. s. w.

Auflösung der Dreiecke.

§. 28.

I. Auflösung rechtwinkeliger Dreiecke.

Nehmen wir in Fig. 8 die Hypothenuse **ac** = **m**, **ab** = n und **bc** = p und es sei

1) die Hypothenuse m und die Cathete n gegeben, man soll die übrigen Stücke des Dreieckes finden.

Auflösung. Denkt man sich mit **ac** aus **c** einen Bogen beschrieben und **bc** verlängert, so ist

$ab = \sin. y$,

$ac = r = 1$, somit auch

$ab : ac = \sin. y : 1$ oder $n : m = \sin. y : 1$, woraus

$\sin. y = \frac{n}{m}$; ebenso ist, wenn **ac** den Halbmesser vorstellt und man aus dem Puncte a mit diesem Halbmesser den Bogen sich beschrieben denkt

$ab = \text{cosin}. x$,

$ac = r = 1$, somit auch

$ab : ac = \text{cosin}\ x : 1$ oder $n : m = \text{cosin}. x : 1$,

woraus $\text{cosin}. x = \frac{n}{m}$; für die zu suchende Cathete **bc** = p hat man

$$p^2 = m^2 - n^2 \text{ und } p = \sqrt{m^2 - n^2}.$$

Beispiel. Es sei $m = 13$, $n = 5$, so ist

$\sin. y = \frac{5}{13}$, und daher

$\log. \sin. y = \log. 5 - \log. 13 = 0{\cdot}698970 - 1{\cdot}113943 = -0{\cdot}414973$; um aber in den trigonometrischen Tafeln den Logarithmus dieses zu suchenden sinus nachschlagen zu können, muß er auf die Charakteristik — 10 bezogen werden, somit ist

$\log. \sin. y = 10 - 0{\cdot}414973 - 10 = 9{\cdot}585027 - 10.$

Sucht man in den trigonometrischen Tafeln zu $\log. \sin. y = 9{\cdot}585027 - 10$ den hierzu gehörenden Winkel, so findet man 22° 37′ 11″, was somit die Größe des Winkels y ist. Den Winkel x findet man nach obiger Gleichung $\text{cosin}. x = \frac{n}{m} = \frac{5}{13}$, oder

schon ohnehin y bekannt ist aus $x = 90^{\circ} - 22^{\circ}\,37'\,11'' = 67^{\circ}\,22'\,49''$, und endlich ist die andere Cathete

$$p = \sqrt{(13^2 - 5^2)} = \sqrt{144} = 12.$$

2) Sind die beiden Catheten n und p gegeben und man soll die übrigen Stücke des rechtwinkeligen Dreieckes finden, so ist, wenn man sich mit bc aus c einen Bogen beschrieben denkt, $bc = r = 1$, $ab = \text{tang. } y$, und

daher $ab : bc = \text{tang. } y : 1$, oder $n : p = \text{tang. } y : 1$,

woraus $\text{tang. } y = \frac{n}{p}$.

Ferner ist $m = \sqrt{n^2 + p^2}$, oder auch, weil nach dem ersten Falle

$$n : m = \text{sin. } y : 1,\ m = \frac{n}{\text{sin. } y}.$$

Beispiel. Es sei $n = 48$, $p = 52{\cdot}409$, so ist $\log. \text{tang. } y = \log. n - \log. p = \log. 48 - \log. 52{\cdot}409 = 1{\cdot}681241 - 1{,}719406 = -0{\cdot}038165 = 10 - 0{\cdot}038165 - 10 = 9{\cdot}961835 - 10$.

Sucht man in den Tafeln, so gehört hierzu der Winkel $42^{\circ}\,29'\,8''$, was somit die Größe des Winkels y ist und daher

$x = 90^{\circ} - 42^{\circ}\,29'\,8'' = 47^{\circ}\,30'\,52''$ und $m = 169{\cdot}27$.

3) Es sei die Hypothenuse m und der Winkel y gegeben, so ist, wenn man sich mit m aus c einen Bogen beschrieben denkt, $n = \text{sin. } y$ und $m = r = 1$, und daher

$$n : m = \text{sin. } y : 1, \text{ woraus } n = m \cdot \text{sin. } y.$$

Ferner ist $p : m = \text{cosin. } y : 1$, woraus $p = m \cdot \text{cosin. } y$.

Beispiel. Es sei $m = 140$, $y = 40^{\circ}\,40'$, so ist die Cathete $n = 140 \cdot \text{sin. } 40^{\circ}\,40'$, somit auch

$\log. n = \log. 140 + \log. \text{sin. } 40^{\circ}\,40' = 2{\cdot}146128 + 9{\cdot}814019 - 10 = 1{\cdot}960147$, zu welchem Logarithmen die Zahl $91{\cdot}2317$ gehört, was also die eine Cathete n ist.

Ebenso findet man für die andere p

$\log. p = \log. 140 + \log. \text{cosin. } 40^{\circ}\,40' = 2{\cdot}146128 + 9{\cdot}879963 - 10 = 2{\cdot}026091$, zu welchem log. die Zahl $106{\cdot}19$ gehört.

Endlich ist $x = 90^{\circ} - 40^{\circ}\,49' = 40^{\circ}\,20'$.

4) Es sei eine Cathete n und Winkel y gegeben, so ist, wenn man sich mit der andern p aus c einen Bogen beschrieben denkt, n = tang. y und p = r = 1, somit $n : p = \text{tang. } y : 1$, woraus $p = \frac{n}{\text{tang. } y}$.

Wird mit m aus c ein Bogen beschrieben gedacht, so ist m = r = 1 und n = sin. y, daher

$$m : n = 1 : \text{sin. } y, \text{ woraus } m = \frac{n}{\text{sin. } y}.$$

Beispiel. Es sei n = 100 und y = 30° 30′, somit die andere Cathete $p = \frac{100}{\text{tang. } 30^0\ 30'}$; die Tangente dieses Winkels nach Rühlmann's Tafeln, Anhang 1, wird genau gefunden, und man ist in diesem Falle von einer Rechnung mittelst Logarithmen befreit; man findet nämlich in dieser 1. Tabelle des Anhanges

tang. 30° 30′ = 0·589045 und ebenso
sin. 30° 30′ = 0,507538, daher

$$p = \frac{100}{0{\cdot}589045} = 169{\cdot}8 \text{ und für die Hypothenuse}$$

$$m = \frac{n}{\text{sin. } y} = \frac{100}{0{\cdot}507538} = 197{\cdot}029.$$

II. Auflösung schiefwinkeliger Dreiecke.

§. 29.

Lehrsatz. In jedem Dreiecke verhalten sich die Seiten so zu einander, wie die sinus der ihnen gegenüber liegenden Winkel. Im Dreiecke abc, Fig. 9, ist

$$ab : bc = \text{sin. } y : \text{sin. } x.$$

Beweis: Man beschreibe aus a und c mit demselben Halbmesser ao = cs Bögen, fälle auf bc aus o und s die senkrechten og und st, so ist st = sin. y, og = sin. x. Wird bf ⊥ ac gezogen, so ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke abf und aog

ab : bf = ao : og, und weil auch bfc ∽ stc
bc : bf = sc : st, daher aus beiden Proportionen:
ab : bc = st : og oder ab : bc = sin. y : sin. x
w. z. b. w.

Dieser Lehrsatz wird zur Auflösung der Dreiecke dann angewendet, wenn

1) eine Seite, der ihr anliegende Winkel und der dieser Seite gegenüberliegende Winkel, oder
2) wenn zwei Seiten und ein einer Seite gegenüber liegender Winkel, oder
3) wenn eine Seite und die an ihr liegenden Winkel gegeben sind.

Wir wollen nun diese hier genannten Fälle in Beispielen durchgehen.

1. Beispiel. Es sei in Fig. 11 $m = 200$, $x = 50^\circ\ 20'$, $y = 30^\circ\ 10'$, und sollen die übrigen Stücke des Dreieckes gefunden werden, so hat man zuerst nach obigem Lehrsatze

$200 : n = \sin.\ 30^\circ\ 10' : \sin.\ 50^\circ\ 20'$, woraus

$$n = \frac{200 \cdot \sin.\ 50^\circ\ 20'}{\sin.\ 30^\circ\ 10^\circ}, \text{ somit}$$

$\log. n = \log. 200 + \log. \sin. 50^\circ 20' - \log. \sin. 30^\circ 10' = 2{\cdot}301030 + 9{\cdot}886362 - 9{\cdot}701151 = 2{\cdot}486241$, zu welchem Logarithmus die Zahl 306·37 gehört, was somit die Größe von n ist.

Um z zu finden, hat man:

$$z = 180^\circ - (50^\circ\ 20' + 30^\circ\ 10') = 99^\circ\ 30'.$$

Um p zu erhalten, hat man ebenfalls nach obigem Lehrsatze:

$200 : p = \sin. 30^\circ\ 10' : \sin. (180^\circ - 99^\circ\ 30')$, woraus

$$p = \frac{200 \cdot \sin.\ 80^\circ\ 30'}{\sin.\ 30^\circ\ 10'} \text{ und daher}$$

$\log. p = \log. 200 + \log. \sin. 80^\circ\ 30' - \log. \sin. 30'\ 10 = 2{\cdot}301030 + 9{\cdot}994003 - 9{\cdot}701151 = 2{\cdot}593882$, wozu die Zahl 392·53 gehört, was somit die Größe der Grundlinie p ist.

2. Beispiel. Es sei $m = 100$, $n = 80$, $x = 40^\circ\ 50'$; man soll die übrigen Stücke des Dreieckes finden.

Man hat $m : n = \sin. y : \sin. x$ oder $100 : 80 = \sin.\ y : \sin.\ 40^\circ\ 50'$, woraus

$$\sin. y = \frac{100 \cdot \sin.\ 40^\circ\ 50'}{80} \text{ und daher}$$

log. sin. y = log. 100 + log. sin. 40° 50′ — log. 80 = 2 + 9·815485 — 1·903090 = 9·912395, zu welchem Logarithmen — sinus der Winkel 54° 49′ 4″ gehört, wodurch also y bestimmt ist.

$z = 180° — (40° 50′ + 54° 49′ 4″) = 84° 20′ 56″$; ferner ist

100 : p = sin. 54° 49′ 4″ : sin. 84° 20′ 56″, woraus

$$p = \frac{100 \cdot \text{sin. } 84° \ 20' \ 56''}{\text{sin. } 54° \ 49' \ 4''}$$ und

log. p = log. 100 + log. sin. 84° 20′ 56″ — log. 54° 49′ 4″ = 2 + 9·997884 — 9·912395 = 2·085489, zu welchem Logarithmen die Zahl 121·73 gehört, was somit die Länge der Basis ist.

§. 30.

Lehrsatz. Die Summe der sinus zweier Bögen oder Winkel verhält sich zur Differenz der sinus derselben Bogen, wie die Tangente der halben Summe dieser Bögen oder Winkel sich zur Tangente der halben Differenz derselben Bögen oder Winkel verhält.

Beweis. Man ziehe einen Kreis, Fig. 10, setze den Bogen ab = m und ad = n, so werden die Centriwinkel ebenso viel Grade enthalten, wie m und n. Wird von b eine Senkrechte auf ac gefällt und zugleich bis zur Peripherie nach g verlängert, so ist bg eine Sehne, bo = og und bo der sinus des Bogens m oder des ihm entsprechenden Centriwinkels.

Wird durch d df ∥ mit ac und de ⊥ ac, so ist de der sinus des Bogens n, und weil bo = og, so ist Bogen ab = Bogen ag und daher auch og = sin. Bogen ag = sin. m. Man hat

1) bh = bo + oh = bo + de = sin. m + sin. n,
2) hg = og — oh = bo — de = sin. m — sin. n.

Denkt man sich ferner b und g mit f verbunden, so ist x und y als Peripheriewinkel zu betrachten und man hat $x = \frac{\text{Bog. db}}{2}$, $y = \frac{\text{Bog. dg}}{2}$, somit ist auch

$x = \frac{m + n}{2}$ und $y = \frac{m - n}{2}$. Wird mit hf aus f ein Bogen beschrieben gedacht, so ist

3) $bh = \text{tang.}\ x = \text{tang.} \left(\frac{m+n}{2}\right)$.

4) $hg = \text{tang.}\ y = \text{tang.} \left(\frac{m-n}{2}\right)$.

Aus Gleichung 1 und 3 wird $\sin.\ m + \sin.\ n = \text{tang.} \left(\frac{m+n}{2}\right)$,

aus Gleichung 2 und 4 erhält man $\sin.\ m - \sin.\ n = \text{tang.} \left(\frac{m-n}{2}\right)$,

daher aus beiden letzten Gleichungen die Proportion $\sin.\ m + \sin.\ n : \sin.\ m - \sin.\ n =$

$\text{tang.} \left(\frac{m+n}{2}\right) : \text{tang.} \left(\frac{m-n}{2}\right)$, was z. b. w.

§. 31.

Folgesatz. In jedem Dreiecke verhält sich die Summe zweier Seiten zur Differenz derselben Seiten, wie sich die Tangente von der halben Summe der Winkel, welche diesen Seiten gegenüber liegen, zur Tangente der halben Differenz derselben Winkel verhält.

Im Dreiecke mnp, Fig. 11, ist

$$m + n : m - n = \text{tang.} \left(\frac{y+x}{2}\right) : \text{tang.} \left(\frac{y-x}{2}\right).$$

Beweis. Nach dem vorigen Satze ist:

1) $\sin.\ y + \sin.\ x : \sin.\ y - \sin.\ x = \text{tang.} \left(\frac{y+x}{2}\right) : \text{tang.} \left(\frac{y-x}{2}\right)$.

Ferner ist nach §. 29 $m : n = \sin.\ y : \sin.\ x$, daher auch

2) $m + n : m - n = \sin.\ y + \sin.\ x : \sin.\ y - \sin.\ x$.

Aus Gleichung 1 und 2 erhält man die Proportion:

$$m + n : m - n = \text{tang.} \left(\frac{y+x}{2}\right) : \text{tang.} \left(\frac{y-x}{2}\right),$$

was z. b. w.

Dieser Satz wird zur Auflösung der Dreiecke dann angewendet, wenn 2 Seiten des Dreieckes und der von ihnen eingeschlossene Winkel gegeben sind.

Beispiel. Es sei in Fig. 11 $m = 120$, $n = 80$, $z = 70^\circ\ 30'$; man soll die andern Stücke des Dreieckes finden.

Auflösung. Man hat $m + n = 200$, $m - n = 40$, $\frac{x + y}{2} = \frac{180^\circ - 70^\circ\ 30'}{2} = 54^\circ\ 45'$, somit nach obigem Satze:

$$200 : 40 = \text{tang. } 54^\circ\ 45' : \text{tang. } \left(\frac{y - x}{2}\right), \text{ woraus}$$

$$\text{tang. } \left(\frac{y - x}{2}\right) = \frac{40 \cdot \text{tang. } 54^\circ\ 45'}{200} \text{ oder}$$

$\text{log. tang. } \left(\frac{y - x}{2}\right) = \text{log. } 40 + \text{log. tang. } 84^\circ\ 45' -$ $\text{log. } 200 = 1{\cdot}602060 + 10150746 - 2{\cdot}301030 = 9{\cdot}451776$; zu diesem Logarithmen der Tangente gehört der Winkel $15^\circ\ 48'\ 4''$, daher ist

$$\frac{y - x}{2} = 15^\circ\ 48'\ 4''.$$

Addirt man nun zu der halben Summe der Winkel y und x den jetzt gefundenen halben Unterschied derselben Winkel, so erhält man den größeren Winkel y, und subtrahirt man von der halben Summe den halben Unterschied, so erhält man den kleineren Winkel x; daher ist

$$y = \left(\frac{y + x}{2}\right) + \left(\frac{y - x}{2}\right) = 54^\circ 45' + 15^\circ 48' 4'' = 70^\circ\ 33'\ 4' \text{ und}$$

$$x = \left(\frac{y + x}{2}\right) - \left(\frac{y - x}{2}\right) = 54^\circ 45' - 15^\circ 48' 4'' = 38^\circ\ 56'\ 56''.$$

Um die dritte Seite p zu finden, verfährt man nach §. 29; man hat nämlich

$$120 : p = \text{sin. } 70^\circ\ 33'\ 4'' : \text{sin. } 70^\circ\ 30',$$

$$p = \frac{120 \cdot \text{sin. } 70^\circ\ 30'}{\text{sin. } 70^\circ\ 33'\ 4''}, \text{ woraus}$$

$\text{log. } p = \text{log. } 120 + \text{log. sin. } 70^\circ\ 30' - \text{log. } 70^\circ 33' 4' = 2{\cdot}079181 + 10{\cdot}450851 - 10{\cdot}452083 = 2{\cdot}077948$, zu welchem Logarithmen die Zahl 119·67 als Größe von p gehört.

§. 32.

Lehrsatz. Das Quadrat einer Seite des Dreieckes ist gleich der Summe der Quadrate der beiden andern Seiten, weniger dem doppelten Producte aus eben diesen Seiten und dem cosinus des von diesen beiden Seiten eingeschlossenen Winkels.

Im Dreiecke abc, Fig. 12, ist

$$\overline{bc}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{ac}^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ac} \cdot \text{cosin. } x.$$

Beweis. Man ziehe dc ⊥ ab, so ist

$$bd = ab - ad \text{ oder } \overline{bd}^2 = (ab - ad)^2 =$$
$$\overline{ab}^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ad} + \overline{ad}^2,$$

addirt man $\overline{dc}^2$ beiderseits hinzu, so ist auch

$$\overline{bd}^2 + \overline{dc}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{ad}^2 + \overline{dc}^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ad};$$

es ist aber $\overline{ad}^2 + \overline{dc}^2 = \overline{ac}^2$ und $\overline{bd}^2 + \overline{dc}^2 = \overline{bc}^2$, daher in früherer Gleichung auch

$$\overline{bc}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{ac}^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ad}.$$

Ferner ist im rechtwinkeligen Dreiecke dac, wenn ac als Halbmesser gleich gesetzt wird: $ad : ac = \text{cosin. } x : 1$, daher $ad = ac \cdot \text{cosin. } x$, und wird dieser Werth in der zuletzt aufgestellten Gleichung substituirt, so erhält man: $\overline{bc}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{ac}^2 - 2 \cdot ab \cdot ac \cdot \text{cosin. } x$, was z. b. w.

Dieser Lehrsatz wird bei Auflösung der Dreiecke ebenfalls wie der, aus §. 31, in dem Falle angewendet, wenn zwei Seiten des Dreieckes und der von ihnen eingeschlossene Winkel gegeben sind; während man aber nach dem vorigen Satze zuerst die Winkel findet, findet man nach dem letzten Satze alsogleich die dritte Seite des Dreieckes.

Um aber die zuletzt erhaltene Gleichung für die Rechnung mit Logarithmen bequem zu machen, müssen an ihr noch einige Reductionen vorgenommen werden. Setzen wir wegen der leichteren Uebersicht $bc = p$, $ab = m$, $ac = n$, so ist

$$p^2 = m^2 + n^2 - 2 \cdot m \cdot n \cdot \text{cosin. } x;$$

addirt und subtrahirt man zugleich zum zweiten Gliede der Gleichung die Größe $2mn$, so ist

$$p^2 = m + n^2 + 2 \cdot mn - 2 \cdot mn - 2\,mn \cdot \text{cosin. } x \text{ oder}$$

1) $p^2 = (m+n)^2 - 2mn\,(1+\text{cosin.}\,x)$.

Nun ist nach §. 23 $\text{cosin.}\,2x = \text{cosin.}^2 x - \text{sin.}^2 x$, daher auch $\text{cosin.}\,x = \text{cosin.}^2 \frac{x}{2} - \text{sin.}^2 \frac{x}{2}$, oder

$$\text{cosin.}\,x = \text{cosin.}^2 \frac{x}{2} - 1 - \left(\text{cosin.}^2 \frac{x}{2}\right) \text{ und}$$

$$\text{cosin.}\,x = 2\,.\,\text{cosin.}^2 \frac{x}{2} - 1;$$ wird dieser Werth in Gleichung 1 eingeführt, so ist

$$p^2 = (m+n)^2 - 2\,.\,mn\,(1 + 2\,.\,\text{cosin.}^2 \frac{x}{2} - 1),$$

$$p^2 = (m+n)^2 - 4\,.\,mn\,.\,\text{cosin.}^2 \frac{x}{2} =$$

$$(m+n)^2 \left(1 - \frac{4mn \cdot \text{cosin.}^2 \frac{x}{2}}{(m+n)^2}\right),$$ woraus

2) $$p = (m+n) \sqrt{\left(\frac{1 - 4mn \cdot \text{cosin.}^2 \frac{x}{2}}{(m+n)^2}\right)}.$$

Um die Gleichung zu vereinfachen, nehme man einen Hülfswinkel w an und setze

3) $$\text{cosin.}\,w = \frac{4mn \cdot \text{cosin.}^2 \frac{x}{n}}{(m+n)^2},$$ denn unter den verschiedenen Werthen eines cosin. wird es einen Werth geben müssen, welcher dem Ausdrucke in der Gleichung entspricht; substituirt man nun wirklich diesen Werth in 2, so ist

$p = (m+n)\sqrt{(1 - \text{cosin.}^2 w)}$, oder weil
$1 - \text{cosin.}^2 w = \text{sin.}^2 w$, so ist auch

4) $p = (m+n) \cdot \text{sin.}\,w$.

Sowohl die Formel 3 als auch 4 sind nun zu Berechnungen mit Logarithmen sehr bequem; denn aus Gleichung 3 erhält man:

$2 \cdot \log. \text{cosin.}\, w = \log. 4 + \log. m + \log. n \cdot 2 \cdot \log. \text{cosin.} \frac{x}{2}$ $- 2 \cdot \log. (m+n)$, oder da $\log. 4 = \log. (2^2) = 2 \cdot \log. 2$, so erhält man nach verrichteten Abkürzungen:

5) $\log. \text{cosin.}\, w - \log. 2 + \frac{1}{2} (\log. m + \log. n) \log. \text{cosin.} \frac{x}{2}$ $- \log. (m+n)$, woraus man nun auch aus den trigonometrischen Tafeln der Winkel w finden kann, und ist w bekannt, so ist auch wegen Auflösung der Gleichung 4 log. sin. w bekannt, und somit ist die Gleichung:

6) $\log. p = \log. (m+n) + \log. \sin. w$.

Durch ein Beispiel wird das ganze Verfahren einleuchtend.

Es sei die eine Seite eines Dreieckes $m = 100$, $n = 90$ und der von beiden Seiten, m und n, eingeschlossene Winkel $x = 50^0\ 40'$; man soll die dritte Seite p finden.

Auflösung. Hier ist $\frac{x}{2} = 25^0\ 20'$ und $m+n = 190$, daher nach Gleichung 5:
$\log. \text{cosin.}\, w = \log. 2 + \frac{1}{2} (\log. 100 + \log. 90) + \log. \text{cosin}\ 25^0\ 20' - \log. 190 = 0{\cdot}30103 + \frac{1}{2} (2 + 1954243) + 9{\cdot}956089 - 2{\cdot}278754 = 9{\cdot}955386$; zu diesem log. cosin. gehört der Winkel $25^0\ 31'\ 43''$, und sucht man den Logarithmen des sin. von $25^0\ 31'\ 43''$, so findet man ihn $= 9{\cdot}634438$; daher hat man nach Gleichung 6:

$\log. p = \log. 190 + \log. \sin. 25^0\ 31'\ 43'' = 2{\cdot}278754 + 9{\cdot}634438 = 11{\cdot}913192$, und bezogen auf die Charakteristik -10 ist:

$\log. p = 11{\cdot}913192 - 10 = 1{\cdot}913192$, zu welchem Logarithmus die Zahl 81·79 gehört, was somit die Größe der dritten Seite p ist.

Die übrigen Winkel des Dreieckes können nun leicht nach §. 29 gefunden werden.

§. 33.

Der letzte Fall, welcher bei der Auflösung der Dreiecke vorkommt, ist, aus den gegebenen Seiten des Dreieckes dessen Winkel zu finden.

Es seien die gegebenen 3 Seiten des Dreieckes a, b und c, und die ihnen in derselben Reihenfolge gegenüberliegenden, aber bis jetzt unbekannten Winkel, A, B, C, so daß Winkel A der Seite a, Winkel B der Seite b und Winkel C der Seite c gegenüber liegt, so wissen wir nach Lehrsatz §. 32, daß:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot bc \cdot \text{cosin.} A$; wird hier 1 hinzu addirt, so ist $a^2 + 1 = b^2 + c^2 - 2 \cdot bc \cdot \text{cosin.} A + 1$ und cosin. A + 1 auf eine Seite gebracht

$$\text{cosin.} A + 1 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + 1 = \frac{b^2 + c^2 - a^2 + 2bc}{2 \cdot bc}.$$

Nun ist aber $\text{cosin.} A + 1 = 2 \cdot \text{cosin.}^2 \frac{A}{2}$ (siehe §. 32), somit durch Substitution

$$2 \cdot \text{cosin.}^2 \frac{A}{2} = \frac{b^2 + c^2 - a^2 + 2bc}{2 \cdot bc} = \frac{(b+c)^2 - a^2}{2 \cdot bc} \text{ und}$$

$$\text{cosin.}^2 \frac{A}{2} = \frac{(b+c)^2 - a^2}{4 \cdot bc} = \frac{(b+c+a)(b+c-a)}{4 \cdot bc}, \text{ woraus}$$

$$\text{cosin.}^2 \frac{A}{2} = \sqrt{\left(\frac{(b+c+a)(b+c-a)}{4bc}\right)};$$

setzen wir $\frac{a+b+c}{2} = S$, so geht letzte Gleichung über in:

$$\text{cosin.} \frac{A}{2} = \sqrt{\left(\frac{S \cdot (S-a)}{bc}\right)},$$ was die erste Gleichung für den halben Winkel ist, welcher der Seite a gegenüber liegt.

Um die Gleichungen für die cosinus der beiden andern Winkel B und C zu erhalten, hat man dasselbe Verfahren in Bezug der den Winkeln gegenüber liegenden Seiten zu beobachten; man muß nämlich folgende 2 Gleichungen, die sich nach §. 32 ergeben, auflösen:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot ac \cdot \text{cosin. } B$ und
$c^2 = b^2 + a^2 - 2 \cdot ab \cdot \text{cosin. } C$. Die erste Gleichung giebt

$\text{cosin.} \frac{B}{2} = \sqrt{\left(\frac{S \cdot (S - b)}{ac}\right)}$ und die zweite

$\text{cosin.} \frac{C}{2} = \sqrt{\left(\frac{S \cdot (S - c)}{ab}\right)}$.

Für practische Berechnungen sind die Formeln für die halben Winkel am bequemsten. Sollen also in einem Dreiecke die Winkel durch die cosin. gefunden werden, so hat man die 3 Formeln:

1) $\text{cosin.} \frac{A}{2} = \sqrt{\left(\frac{S \cdot (S - a)}{bc}\right)}$,

2) $\text{cosin.} \frac{B}{2} = \sqrt{\left(\frac{S \cdot (S - b)}{ac}\right)}$,

3) $\text{cosin.} \frac{C}{2} = \sqrt{\left(\frac{S \cdot (S - c)}{ab}\right)}$, und für die Logarithmen-Rechnungen erhält man:

1) $\log. \text{cosin.} \frac{A}{2} =$
$$\frac{\log. S + \log. (S - a) - \log. b - \log. c}{2},$$

2) $\log. \text{cosin.} \frac{B}{2} =$
$$\frac{\log. S + \log. (S - b) - \log. a - \log. c}{2},$$

3) $\log. \text{cosin.} \frac{C}{2} =$
$$\frac{\log. S + \log. (S - c) - \log. a - \log. b}{2}.$$

Diese Formeln können zwar bei der Berechnung eines jeden Dreieckes angewendet werden; soll aber eine Schärfe und Genauigkeit der Rechnung erzielt werden, so ist für den practischen Rechner zu merken, daß diese Formeln nur dann die richtigsten Resultate geben, wenn die Winkel des gegebenen Dreieckes größer als 45° sind, und zwar ist das Resultat desto genauer, je mehr sich der Winkel gegen 90° nähert.

Betragen die einzelnen Winkel des gegebenen Dreieckes weniger als 45°, so wird eine größere Schärfe der Rechnung erlangt, wenn man sich Formeln für die sinus der halben Winkel entwirft und durch die sinus die Winkel bestimmt. Die Ursache für die beiden hier gemachten Bemerkungen liegt darin, daß für Winkel unter 45° das Wachsen des log. sinus viel schneller ist, als das Abnehmen des log. cosinus.

Wir wollen nun die Formeln für die sin. der halben Winkel entwickeln.

Nach §. 32 ist

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \text{cosin. } C$, hieraus ist

$\text{cosin. } C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab}$ oder

$1 - \text{cosin.}^2\, C = 1 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab}\right)^2$, und da

$1 - \text{cosin.}^2\, C = \text{sin.}^2\, C$, so ist

$\text{sin.}^2\, C = 1 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab}\right)^2 =$

$\left(\frac{4\,a^2\,b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)}{4\,a^2\,b^2}\right)^2$, oder wegen der Differenz der Quadrate im Zähler

$4\,a^2 b^2 \cdot \text{sin.}^2 C = (2\,ab + a^2 + b - c^2)(2\,ab - a^2 - b^2 + c^2)$

$= \left[(a+b)^2 - c^2\right] \cdot \left[c^2 - (a - b)^2\right] =$

$(a+b+c)\ (a+b-c)\ (a-b+c)\ (b-a+c)$, und wird

$\frac{a + b + c}{2} = S$ gesetzt, so ist

$4\,a^2 b^2 \cdot \text{sin.}^2\, C = 16\ S\ (S-a)\ (S-b)\ (S-c)$,

$\text{sin.}^2\, C = \frac{4\,S\,(S-a)\ (S-b)\ (S-c)}{a^2\ b^2}$, und endlich:

1) $\text{sin.}^2\, C = \frac{2\,\sqrt{S \cdot (S-a)\ (S-b)\ (S-c)}}{a\,b}$; auf dieselbe Weise erhält man auch

2) $\text{sin. } B = \frac{2\,\sqrt{S\,(S-a)\ (S-b)\ (S-c)}}{a\,c}$ und

3) $\text{sin. } C = \frac{2\,\sqrt{S\,(S-a)\ (S-b)\ (S-c)}}{b\,c}$.

Diese 3 hier aufgefundenen Formeln gelten für die sinus der ganzen Winkel. Für die bequemere und mehr sichere Rechnung mit halben Winkeln hat man nach dem Vorausgegangenen für C:

$$\text{cosin. } C = \frac{a^2+b^2+c^2}{ab}, \text{ somit auch}$$

$$1 - \text{cosin. } C = 1 - \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{2ab - a^2 - b^2 + c^2}{2ab},$$

$$1 - \text{cosin. } C = \frac{c^2 - (a-b)^1}{2ab}, \text{ daher auch}$$

$$\frac{1 - \text{cosin. } C}{2} = \frac{c^2-(a-b)^2}{4ab}; \text{ nun ist nach §. 24}$$

$$\frac{1 - \text{cosin. } C}{2} = \text{sin.}^2 \frac{C}{2}, \text{ daher auch}$$

$$\text{sin.}^2 \frac{C}{2} = \frac{c^2-(a-b)^2}{4ab} = \frac{(a-b+c)(b-a+c)}{4ab},$$

und wird auch hier $\frac{a+b+c}{2} = S$ gesetzt, so ist

$$\text{sin.}^2 \frac{C}{2} = \frac{(S-a)(S-b)}{ab} \text{ und daher}$$

$$1) \text{ sin. } \frac{C}{2} = \sqrt{\left(\frac{(S-a)(S-b)}{ab}\right)}, \text{ und auf}$$

dieselbe Art hat man für die sinus der beiden andern Winkel

$$2) \text{ sin. } \frac{B}{2} = \sqrt{\left(\frac{(S-a)(S-c)}{ac}\right)},$$

$$3) \text{ sin. } \frac{A}{2} = \sqrt{\left(\frac{(S-b)(S-c)}{bc}\right)}, \text{ und für}$$

logarithmische Berechnungen ergeben sich daher daraus folgende 3 Gleichungen:

$$1) \text{ log. sin. } \frac{C}{2} = \frac{\text{log. }(S-a) + \text{log. }(S-b) - \text{log. } a - \text{log. } b}{2},$$

2) $\log.\sin.\frac{B}{2} =$

$$\frac{\log.(S-a) + \log.(S-c) - \log.a - \log.c}{2},$$

3) $\log.\sin.\frac{A}{2} =$

$$\frac{\log.(S-b) + \log.(S-c) - \log.b - \log.c}{2}.$$

Beispiel. Es sei $a = 187$, $b = 88$, $c = 165$, man soll die Winkel dieses Dreieckes, nämlich A, B, C, finden.

Auflösung. Zur Bestimmung des Winkels A, welcher der Seite a gegenüber liegt, nehmen wir die Formel für den $\cos.\frac{A}{2}$, so ist nach Gleichung 1, da

$S = \frac{a+b+c}{2}$ auch $S = 220$, $S - a = 220 - 187 = 33$, $S - b = 220 - 88 = 132$, $S - c = 220 - 165 = 55$, daher

$$\log.\cos.\frac{A}{2} = \frac{\log.220 + \log.33 - \log.88 - \log.165}{2}.$$

Für die wirkliche Berechnung ist:

$$\begin{array}{r} \log.\ 220 = 2{\cdot}342423 \\ \log.\ 33 = 1{\cdot}518514 \\ \hline \log.220 + \log.33 = 3{\cdot}860937. \\ -\ 4{\cdot}161967 \\ \hline -\ 0{\cdot}301030. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \log.\ 88 = 1{\cdot}944483 \\ \log.\ 165 = 2{\cdot}217484 \\ \hline \log.88 + \log.165 = 4{\cdot}161967. \end{array}$$

daher $\log.\cos.\frac{A}{2} = \frac{-0{\cdot}301030}{2} = -0{\cdot}150515$,

da aber hier dieser Logarithmus auf die Charakteristik 10 bezogen werden muß, so ist

$\log.\cos.\frac{A}{2} = 10 - 0{\cdot}150515 - 10 = 9{\cdot}849485 - 10;$

sucht man in den Tafeln in der Rubrik cosin. diesen Lo-

garithmus, so findet man ihn alsogleich genau bei dem Winkel 45°; es ist daher

$$\frac{A}{2} = 45^\circ, \text{ somit Winkel } A = 90^\circ.$$

Um den Winkel B zu bestimmen, hat man nach Gleichung 2:

$$\log.\cos.\frac{B}{2} = \frac{\log.220 + \log.132 - \log.187 - \log.165}{2}$$

und es ist

$$\begin{aligned} \log.\ 220 &= 2{\cdot}342423 \\ \log.\ 132 &= 2{\cdot}120574 \\ \hline \log.220 + \log.132 &= 4{\cdot}462997. \\ &- 4{\cdot}489326 \\ \hline &- 0{\cdot}026329 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log.\ 187 &= 2{\cdot}271842 \\ \log.\ 165 &= 2{\cdot}217484 \\ \hline \log.187 + \log.165 &= 4{\cdot}489326 \end{aligned}$$

daher $\log.\cos.\frac{B}{2} = \frac{-0{\cdot}026329}{2} = -0{\cdot}0131645$ $= 10 - 0{\cdot}0131645 - 10 = 9{\cdot}986835 - 10$. Sucht man zu 9·986835 den Winkel, so findet man denselben $= 14^\circ\ 2'\ 11''$, und da $\frac{B}{2} = 14^\circ\ 2'\ 11''$, so ist $B = 28^\circ\ 4'\ 22''$.

Dieser Winkel ist aber kleiner, als 45°, will man also eine Schärfe und Genauigkeit in der Rechnung erhalten, so wird man, der einmal schon gemachten Bemerkung zufolge, den Winkel B nach der Formel $2\log.\sin.\frac{B}{2}$ suchen müssen, und da ist nach gehöriger Substituirung:

$$\log.\sin.\frac{B}{2} = \frac{\log.33 + \log.55 - \log.187 - \log.165}{2},$$

$$\begin{aligned} \log.\ 33 &= 1{\cdot}518514 \\ \log.\ 55 &= 1{\cdot}740363 \\ \hline \log.33 + \log.55 &= 3{\cdot}258877. \\ &- 4{\cdot}489326 \\ \hline &- 1{\cdot}230449 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \log. 187 = 2{\cdot}271842 \\ \log. 165 = 2{\cdot}217484 \\ \hline \log. 187 + \log. 165 = 4{\cdot}489326 \end{array}$$

daher $\log. \sin. \frac{B}{2} = \frac{-1{\cdot}1230449}{2} = -0{\cdot}615224 =$
$10 - 0{\cdot}615224 - 10 = 9{\cdot}384776 - 10.$

Sucht man zu 9·384776 genau, vermöge der in den Tafeln enthaltenen Differenz, den Winkel, so erhält man ihn genau $14^0\ 2'\ 10{\cdot}5''$, und da nun $\frac{B}{2} = 14^0\ 2'\ 10{\cdot}5''$, so ist auch $B = 28^0\ 4'\ 21''$, welches Resultat von dem früheren um 1″ abweicht.

Indem wir aber 2 Winkel des Dreieckes mit der größtmöglichen Genauigkeit bestimmt haben, so ergiebt sich für den dritten Winkel von selbst

$$C = 180^0 - (90^0 + 28^0\ 4'\ 21'') = 61^0\ 55'\ 39''.$$

§. 34.

Trigonometrische Berechnungen finden in der Praxis eine vielfache Anwendung; der practische Geometer findet durch dieselben viel genauere Resultate, als durch die sorgfältigste Zeichnung nach dem verjüngten Maßstabe und dem Transporteur. Die gesammte Markscheidekunst beruht einzig und allein auf trigonometrischen Berechnungen und man wird in Staunen versetzt, mit wie wenig Instrumenten der Markscheider durch die Trigonometrie die schwierigsten Aufgaben mit Genauigkeit auflös't.

Für trigonometrische Berechnungen der Entfernungen zweier Puncte auf der Erdoberfläche oder für trigonometrische Höhen- und Distanzmessungen dient ein eigenes Instrument, der Winkelmesser oder Theodolith. Man siehe dessen Beschreibung I. Abschnitt, §. 13, §. 14.

1. Aufgabe. Es sei Fig. 13 die Höhe **ab** eines Thurmes zu messen.

Auflösung. Kann man zum Fußpuncte des Thurmes gelangen, so stecke man eine gerade Linie von beträchtlicher Länge ab und messe diese abgesteckte genau mit der Meßkette. Es sei die gemessene **ac** = 1000 Fuß. In dem Endpuncte **c** dieser Standlinie stelle man den

Theodolithen so auf, daß der Horizontalkreis horizontal liege, visire mit dem Fernrohre nach dem obern Endpuncte b des Thurmes, so daß der Durchschnittspunct des Fadenkreuzes das Object b genau deckt, und zähle nun die Grade u. s. w. des beobachteten Höhenwinkels x; gesetzt, es sei $x = 25^0\ 10'$, so ist, nach §. 28,

$$mb = md \cdot \text{tang.}\, x = 1000 \cdot \text{tang.}\, 25^0\ 10',$$

daher $\log.\, mb = \log.\, 1000 + \log.\, \text{tang.}\, 25^0\ 10'$, und wird diese Gleichung aufgelös't, so findet man zuletzt

$mb = 469{\cdot}854$ Fuß; um die eigentliche Thurmhöhe zu erhalten, muß zu mb die Höhe des Instrumentes hinzuaddirt werden, indem $ab = am + mb = cd + mb$, ist cd, z. B., 4 Fuß, so ist $ab = 469{\cdot}854 + 4 = 473{\cdot}854$ Fuß. Wäre aber ein solches Hinderniß vorhanden, daß man die Standlinie nicht bis zum Fußpuncte des Thurmes nehmen könnte, z. B. wegen einem Flusse, so messe man in irgend einer Richtung eine abgesteckte Standlinie cd, Fig. 14, und beobachte von ihren beiden Endpuncten c und d mit dem Theodolithen die Winkel $acd = x$ und $adc = y$, welche Winkel also Horizontalwinkel sind, sowie auch in einem von den beiden Endpuncten den Höhenwinkel $acb = z$.

Somit ist $ac : cd = \sin.\, y : \sin.\, cad$, aber $\sin.\, cad = \sin.\, (x + y)$, indem zu Nebenwinkeln, die sich also, wie hier, zu 180^0 ergänzen, derselbe sinus gehört, somit auch

$ac : cd = \sin.\, y : \sin.\, (x + y)$, woraus

$ac = cd \cdot \dfrac{\sin.\, y}{\sin.\, (x + y)}$; ferner ist $ab = ac \cdot \text{tang.}\, z$ statt ac in letzter Gleichung der Werth gesetzt, ist

$$ab = cd \cdot \frac{\text{tang.}\, z \cdot \sin.\, y}{\sin.\, (x + y)}.$$

Es sei der beobachtete Horizontalwinkel $x = 48^0\ 20'$, der Horizontalwinkel $y = 50^0\ 40'$, die gemessene Standlinie $cd = 700$ Fuß, so ist, wenn der Höhenwinkel

$z = 37^0$; $ab = 700 \cdot \dfrac{\text{tang.}\, 37^0 \cdot \sin.\, 50^0\ 40'}{\sin.\, 99^0}$;

man erhält $ab = 413{\cdot}19$ Fuß, wozu noch die Instrumentenhöhe zu addiren ist.

2. Aufgabe. Es ist die Breite ab eines Teiches, Fig. 15, oder überhaupt die Entfernung zweier Puncte a und b anzugeben, wenn man von a nach b unmittelbar nicht messen kann.

Auflösung. Man stelle den Theodolithen in einer schicklichen Entfernung in c auf, visire nach a und b und notire den Horizontalwinkel x, es sei x = 98° 43′; hierauf lasse man von c aus mit einer richtigen Meßkette die geraden Linien ca und cb genau messen; es sei ca = 417 Fuß und cb = 352 Fuß, so kann man, da 2 Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel gegeben sind, nach §. 31 oder §. 32 die dritte Seite ab des Dreieckes abc finden. Nach gehöriger Berechnung ist ab = 585·01 Fuß.

3. Aufgabe. Es ist die Entfernung zweier Puncte a und b zu bestimmen, Fig. 16, wenn sowohl a als b unzugängig ist, z. B. wegen eines Flusses.

Auflösung. Man messe eine Standlinie cd mit der Meßkette genau, sorge jedoch dafür, daß cd eine solche Länge erhalte, bei welcher die aus c und d gezogen gedachten Visirlinien ca, cb, da und db bei a und b nicht zu spitzige Winkel bilden. Wird nun der Theodolith horizontal über c gestellt, und zwar so, daß der Mittelpunct desselben genau über c zu liegen kommt, und wird, von c aus, nach a, b und einer in d senkrecht gestellten Meßfahne visirt, so erhält man die beobachteten Horizontalwinkel acd, acb, bcd. Wird das Instrument über d auf dieselbe Weise gestellt und in c eine Fahne senkrecht eingesteckt, so erhält man die Winkel cda, adb. Man lös't zuerst das Dreieck acd auf; in diesem ist Winkel acd und adc nebst der Seite cd bekannt, somit ist auch Winkel cad als supplementärer Winkel bekannt, und es ist somit

sin. cad. = sin. (acd + adc). Man hat, nach §. 29, ac : cd = sin. adc : sin. (acd + adc), woraus ac bekannt wird, da $ac = cd \cdot \frac{\sin. adc}{\sin. (adc + adc)}$.

Im Dreiecke cbd ist cd, bcd und bdc bekannt, somit auch hier bc : cd = sin. bdc : sin. (bdc + bcd), woraus $bc = cd \cdot \frac{\sin. bdc}{\sin. (bdc + bcd)}$.

Da aber die Linien **ac** und **bc** gefunden sind, ferner auch der von ihnen eingeschlossene Winkel **acb** mit dem Theodolithen beobachtet wurde, also auch bekannt ist, so kann, nach §. 31 oder §. 32, die dritte Seite **ab** des Dreieckes **acb** leicht gefunden werden.

Wäre aber die Lage der Puncte **a** und **b**, deren Entfernung man bestimmen soll, von der Art, daß ein Punct **a** zugängig wäre, wie in Fig. 17 dargestellt ist, so wird mittelst eines einzigen Dreieckes die Aufgabe aufgelös't. Man mißt von dem zugängigen Puncte **a** eine Standlinie **ac**, visirt mit dem Fernrohre von **a** aus nach **b** und einer in dem Endpuncte **c** der Standlinie senkrecht eingesteckten Fahne und erhält am Horizontalkreise des Theodolithen den Winkel $bac = x$; wird ebenso von **c** aus nach **a** und **b** visirt, so erhält man Winkel $bca = y$, und da **z** der supplementäre Winkel von **y** und **x** ist, so hat man $ab = ac \cdot \frac{\sin. y}{\sin. (x + y)}$.

Markscheidekunst.

Erster Abschnitt.

Vorbereitung zum Markscheiden.

§. 1.

Markscheiden ist der Wortbedeutung nach, so viel als die Grenzen bestimmen, Grenzen von einander scheiden; denn Mark bedeutet so viel als Grenze, Rain, daher auch der Ausdruck Mark- oder Grenzstein.

Der Sachbedeutung nach ist die Markscheidekunst jener Theil der practischen Geometrie, der sich damit beschäftiget, eine Anleitung zu geben, wie alle beim Bergbaue nöthigen Grubenbaue geometrisch aufgenommen, vermittelst einer horizontalen Projection in einen Grundriß und, wenn es nöthig ist, auch in senkrechten Durchschnittsrissen auf dem Papiere dargestellt werden.

In der Sprache des Bergmannes bedeutet der Ausdruck: eine Grube oder ein Grubengebäude abziehen, so viel als solches ausmessen und der Ausdruck: eine Grube oder ein Grubengebäude zulegen, so viel als einen Grundriß davon entwerfen. Man kann daher sagen, die Markscheidekunst beschäftige sich vorzüglich mit dem Abziehen und Zulegen der Grubengebäude.

§. 2.

Ein tüchtiger Markscheider muß nicht nur die Fertigkeit besitzen, alle Aufgaben der Markscheidekunst richtig aufzulösen, sondern er muß auch noch wenigstens eine allgemeine Kenntniß der sogenannten bergmännischen Wissenschaften haben, z. B. der Geognosie, Bergbaukunst u. s. f.

Die ihm unumgänglich nothwendigen Vorkenntnisse sind:

1) Die Elementar-Mathematik in ihrem ganzen Umfange.

2) Das Vorzüglichste aus der Mechanik und Astronomie.

3) Kenntniß der Naturlehre und mathematischen Geographie.

4) Die Zeichnenkunst.

Es folgt nun das Vorzüglichste, was dem Anfänger in der Markscheidekunst, aus der Astronomie, der mathematischen Geographie, aus der Lehre von der Lage der Linien gegen Ebenen und von bergmännischen Erklärungen nöthig ist zu wissen, so weit es der Zweck dieser Schrift erlaubt.

§. 3.

Steht man auf was immer für einem Puncte der Erdoberfläche, so erscheint dem Beobachter das ganze Firmament als eine hohle Halbkugel, in deren Mittelpuncte man steht. Man bemerkt auch, daß die Sonne in einer gewissen Himmelsgegend aufgeht und in der entgegengesetzten untergeht, was auch der forschende Beobachter an den Sternen bemerkt.

Die Erdoberfläche, auf welcher man steht, bildet in einem flachen oder platten Lande eine wagerechte, horizontale Ebene und die Begrenzung derselben, die eine Kreislinie bildet, nennt man den Horizont. Diejenige Himmelsgegend, wo die Sonne und andere Gestirne über dem Horizonte erscheinen, nennt man **Osten** oder Morgen, wo sie untergehen, verschwinden, nennt man **Westen** oder Abend. Stellt man sich so auf, daß die

rechte Seite gegen Osten, die linke gegen Westen gekehrt ist, so hat man **vor** sich die Himmelsgegend **Nord** oder Mitternacht und **hinter** sich **Süd** oder Mittag. Die meisten Sterne gehen auf denselben Puncten des Horizontes auf und unter; sie behalten auch immer dieselbe Lage gegen einander; man nennt sie **Fixsterne**. Diese Fixsterne beschreiben in ihrer Bewegung von Ost nach West auf der hohlen Himmelskugel Kreisbögen oder ganze Kreise, die alle unter einander parallel sind.

§. 4.

Stellt Fig. 1 **ABFG** unsere Erde und **MZONP** die mit ihr concentrische hohle Himmelskugel vor, ist ferner der Punct **A** der Standpunct des Beobachters und denkt man sich durch **A** eine Ebene **MAO** gelegt, so nennt man dieselbe den **Horizont** und zwar den **scheinbaren**, zum Unterschiede von dem **wahren Horizonte PCQ**, welchen man erhält, wenn man durch den Erdmittelpunct **C** zur Ebene **MAO** die Parallele **PCQ** gelegt denkt. Der wahre Horizont **PQ** theilt die Himmelskugel **ZONP** in zwei gleiche Theile.

So oft aber der Ausdruck Horizont vorkommt, denkt man sich immer nur den scheinbaren, indem unsere Erde gegen den unendlichen Himmelsraum beinahe verschwindet und als ein Punct erscheint, wo also scheinbarer und wahrer Horizont in eine einzige Ebene zusammenfallen.

§. 5.

Nach dem Gesetze der Schwere haben bekanntlich alle Körper das Bestreben, sich mit dem Mittelpuncte der Erde zu vereinigen. Denkt man sich im Standpuncte **A** Fig. 1 einen mit einem Senkblei versehenen Faden, ein sogenanntes Loth, so wird der verlängert gedachte Faden durch den Mittelpunct der Erde gehen und sowohl auf dem scheinbaren, wie auch auf dem wahren Horizonte senkrecht stehen. Denkt man sich nun im Standpuncte **A** eine solche Linie, die durch den Erdmittelpunct geht und an zwei Seiten in **Z** und **N** bis an das Himmelsgewölbe reicht, so nennt man den obersten Punct **Z** den **Scheitelpunct** oder das **Zenith**, weil er sich

senkrecht ober dem Kopfscheitel des Beobachters befindet, und den untersten N den Fußpunct oder das Nadir, weil sich dieser Punct unter den Füßen des Beobachters in der andern Hälfte der Himmelssphäre befindet. Das Zenith ist, so wie das Nadir, vom Horizonte um einen Kreisquadranten oder um 90° entfernt.

§. 6.

Nach §. 4 kann man einen Punct C Fig. 2 als den Standpunct des Beobachters und die Kreisfläche S'ON'W als den Horizont annehmen. Beobachtet man die tägliche Bewegung des Himmelsgewölbes von Ost nach West, §. 3, so wird man finden, daß die dem Horizont zunächst gelegenen Sterne größere Kreise auf der Himmelskugel beschreiben, als jene, die sich höher über dem Horizonte befinden. Ferner wird man bemerken, daß alle diese Kreise parallel sind, aber desto kleiner werden, je höher sie über dem Horizonte sind. Bei dieser allmähligen Abnahme der Größe dieser Kreise giebt es endlich einen Punct N, der unbeweglich ist. Weil dieselben Erscheinungen auch für die untere Hälfte der Himmelskugel gelten, so giebt es auch da einen unbeweglichen Punct S. Man nennt diese beiden, bei der Bewegung des Himmelsgewölbes doch unbeweglichen Puncte N und S die Weltpole. Die gedachte Verbindungslinie beider Pole, welche durch den Mittelpunct der Erde geht, nennt man die Welt- oder Himmelsachse SCN. In unsern Ländern liegt nur der Nordpol N über dem Horizonte, der Südpol S ist für uns unsichtbar. Die Weltachse SCN ist bei uns gegen den Horizont S'OWN' geneigt. Die auf dem Horizont Senkrechte N''Z giebt das Zenith und Nadir des Beobachters in C an, §. 5. Denkt man sich durch Zenith, Nadir und durch die beiden Pole der Himmelsachse einen Kreis gelegt, welcher somit ZNN'N'' ist, so nennt man denselben einen Meridian- oder Mittagskreis, weil die Sonne über dem Horizonte ihre größte Höhe erreicht, wenn sie sich in der Peripherie dieses Kreises befindet; man sagt alsdann: es ist wahrer Mittag, oder: die Sonne culminirt.

Die Fläche des Meridiankreises durchschneidet in einer geraden Linie S'CN' die Horizontalebene des Beobachtungsortes und man nennt diese Durchschnittslinie S'CN' die **Mittagslinie des Ortes**. Der Punct N', der in der Mittagslinie liegt und dem Nordpole N zugekehrt ist, giebt den Nordpunct des Horizontes, so wie S' den Südpunct desselben. Zieht man auf die Mittagslinie S'CN' in C die senkrechte OW, so ist rechter Hand, wenn man gegen N' gekehrt ist, O Osten und linker Hand W Westen. §. 3. Die Kardinalpuncte N, O, S, W sind einer von dem andern um 90° entfernt, d. i., die Bögen WN', N'O, OS', S'W sind Kreisquadranten. Den Bogen des Mittagskreises NN', der zwischen dem Nordpole der Weltachse und dem Nordpuncte des Horizontes liegt oder auch den Winkel NCN', nämlich die Neigung der Weltachse gegen den Horizont, nennt man die **Polhöhe** des Ortes C. So hat z. B. Wien zur Polhöhe 48° 13', Berlin 52° 31', Prag 50° 5', Reichenberg in Böhmen 50° 46·5'.

§. 7.

Die Bewegung des ganzen gestirnten Himmels geschieht um die Achse SN von O nach W. Die Gestirne beschreiben während derselben parallele Kreise ab, de, mn, AQ, op u. s. f., deren Fläche auf der Weltachse NS senkrecht stehen und die man **Parallelkreise** nennt. Die Mittelpuncte derselben liegen in der Weltachse, und derjenige größte Parallelkreis, der durch C geht und im Halbirungspuncte der Achse seinen Mittelpunct hat, heißt **der Aequator** AQ. Er theilt das ganze Himmelsgewölbe, eben so wie der Horizont und der Meridian, nur auf andere Weise, in zwei gleiche Theile. Der Aequator ist gegen dem Horizont geneigt, und man nennt den Winkel ACS' oder den Bogen AS' die **Aequatorshöhe**. Der Aequator ist von jedem Pole N oder S 90° entfernt.

Diejenigen Gestirne, die ihre Bewegung in solchen Parallelkreisen haben, welche ganz über dem Horizonte liegen, z. B. in ab, de, nennt man Circumpolarsterne. Der Meridiankreis ZNQA theilt jeden der Parallelkreise in zwei gleiche Theile. Von denjenigen Kreisen,

welche nicht ganz über dem Horizonte liegen, gehen Bogentheile unter den Horizont, z. B. bei dem Kreise nwmq, wo der Bogen wmq unter dem Horizonte ist und daher ein Stern, der sich in diesem Kreise bewegt, für uns unsichtbar wird, sobald er in der Richtung von n gegen q bis q kömmt und unter dem Horizonte verschwindet. Man nennt nun den Bogen wnq, in welchem der Stern für uns sichtbar ist, den Tagebogen des Gestirnes, so wie den Bogen wmq, wo der Stern sich unter dem Horizonte befindet, den Nachtbogen desselben. Bewegt sich ein Stern im Aequator selbst, so ist sein Tagebogen gleich dem Nachtbogen. Würde sich daher die Sonne im Aequator bewegen, so wäre Tag und Nacht gleich.

§. 8.

Die Aequatorshöhe und die Polhöhe ergänzen einander zu 90°, so daß die Aequatorshöhe eines Ortes bekannt ist, wenn man dessen Polhöhe kennt, und auch umgekehrt, d. i., man hat Bog. $AS' +$ Bog. $NN' = 90°$. Da auch $AS' = 90° -$ Bog. NN', so braucht man nur die Polhöhe von 90° zu subtrahiren, um die Aequatorshöhe zu erfahren. So ist die Polhöhe von Wien 48° 13', daher die Aequatorshöhe $= 90° - 48° 13' = 41° 47'$. Für Prag ist dieselbe $90° - 50° 5' = 39° 55'$, für Reichenberg in Böhmen $90° - 50° 46 \cdot 5' = 39° 13 \cdot 5'$ u. s. w.

§. 9.

Der Meridiankreis halbirt die Tag- und Nachtbögen der Gestirne; so ist im Tagbogen wnq Bog. wn = Bog. nq. Wenn die Gestirne durch den Meridian gehen, so sagt man: sie culminiren, sie erreichen bei diesem Augenblicke ihre größte Höhe über dem Horizonte. Nach ihrer Culmination senken sie sich wieder gegen den Horizont und erlangen dieselben Höhen über dem Horizonte, welche sie früher auf der Ostseite des Horizontes vor ihrer Culmination schon hatten. Man nennt diese gleichen Höhen eines Gestirnes in den beiden halben

Tagbögen correspondirende Höhen eines Sternes, was in Fig. 2 durch $\times$ angedeutet wird.

§. 10.

Würde sich die Sonne im Aequator bewegen, so wäre Tag und Nacht gleich (§. 7); da aber dies nicht der Fall ist und die Sonne nicht immer in den Cardinalpuncten **O** und **W** auf- und untergeht, so folgt, daß sich die Sonne in einer andern Bahn bewegen muß.

Diese Bahn ist auch ein größter Kreis, weil sein Mittelpunct im Mittelpuncte der Himmelskugel liegt. Er ist gegen die Aequatorsebene beinahe 23° 30′ geneigt. Ist Fig 3 **HR** der Horizont des Ortes **C**, **AQ** der Aequator, so ist **EK** dieser Kreis, in welchem sich die Sonne bewegt; man nennt **EK** die Ekliptik und diese 23° 30′ oder den Bogen **AE** nennt man die Schiefe der Ekliptik. Die Ekliptik durchschneidet den Aequator in zwei um 180° von einander entfernten Puncten, wovon der eine **V** der Frühlingspunct, der andere **M** der Herbstpunct heißt. Beide Puncte nennt man aber Nachtgleichen oder Aequinoctien, weil Tag und Nacht gleich sind, wenn sich die Sonne in ihrem scheinbaren jährlichen Laufe um die Erde in diesen Puncten befindet. Dies geschieht daher zwei Mal im Jahre und zwar in den Tagen um den 22. März und 22. September. Die beiden Puncte **E** und **K**, in welchen die Sonne in ihrem jährlichen Laufe einmal gegen Norden und dann gegen Süden sich zuwendet, heißen Wendepuncte oder Solstitien. In diesen Puncten **E** steht die Sonne zur Mittagszeit am höchsten über dem Horizonte, um den 22. Juni, es ist längster Tag oder Sommer-Anfang; ist die Sonne im andern Puncte **K**, so ist sie zur Mittagszeit über dem Horizonte niedriger, als sie es durch das ganze Jahr gewesen, es ist der kürzeste Tag, Winteranfang, was um den 22. Dezember Statt findet. Die Ekliptik wird, vom Frühlingspuncte angefangen, in 12 gleiche Theile getheilt und da die ganze Ekliptik 360° hat, so steht jeder Theilpunct von dem andern um $\frac{360^\circ}{12}$ ab, d. i., 30°. Diese Theile sind be-

zeichnet: der Frühlingspunct oder Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Herbstpunct oder Wage, Skorpion, Schütze, Steinbock, Wassermann, Fische. Man findet ihre Bezeichnung in jedem Kalender; darf sie aber mit den Sternbildern des Thierkreises am Himmel nicht verwechseln, sondern nur als Eintheilung der Ekliptik betrachten. Denkt man sich in den Solstitialpuncten E und K Parallelkreise, so heißen dieselben Wendekreise, und zwar heißt der durch E gehende der Wendekreis des Krebses und der durch K gelegte der Wendekreis des Steinbockes.

§. 11.

Jeder durch den Mittelpunct einer Kugel gelegte Kreis hat einen Pol, d. i., einen Punct, der um 90° von der gedachten größten Kreisfläche absteht. So hat der Horizont seinen Pol im Zenith, der Aequator im Nordpole der Weltachse, der Mittagskreis im Ost= oder Westpuncte des Horizontes. Siehe Fig. 2. Auch die Ekliptik hat als größter Kreis einen Pol B. Fig. 3.

Aus Beobachtungen hat man ermittelt, daß sich die Pole der Weltachse um die Pole der Ekliptik kreisförmig, aber beinahe kaum merklich, bewegen. Beschreibt nun N um B einen Kreis, so bleibt doch B von N gleichweit entfernt, und daher bleibt auch die Neigung der Ekliptik gegen den Aequator dieselbe; es ändert sich aber die Lage der Aequinoctialpuncte V und M, denn sie werden durch die Bewegung des Weltpoles von Ost nach West fortgerückt. Durch dieses Rückwärtsgehen der Aequinoctialpuncte werden die Fixsterne von West gegen Ost vorgerückt, und man nennt diese Erscheinung das Vorwärtsgehen der Fixsterne, was jährlich sehr wenig, nämlich 50 Secunden, beträgt.

§. 12.

Der Bogen der Ekliptik, welcher sich zwischen dem Frühlingspuncte und dem Puncte der Ekliptik befindet, wo die Sonne eben ist, heißt die Länge der Sonne. Denkt man sich durch den Pol der Ekliptik und durch den Punct, in welchem sich die Sonne in ihrem jährli=

chen Laufe befindet, auf den Aequator einen Kreis senkrecht gelegt, so heißt der Bogen zwischen dem Standpuncte der Sonne und dem Aequator die Abweichung der Sonne für diesen Punct, und endlich nennt man den Bogen des Aequators, der zwischen der Abweichung und dem Frühlingspuncte liegt, die gerade Aufsteigung. Die Länge, Abweichung und gerade Aufsteigung bilden ein sphärisches rechtwinkeliges Dreieck, wo die Länge der Sonne die Hypotenuse ist und wo die Abweichung und gerade Aufsteigung den rechten Winkel einschließen. In manchen Kalendern findet man die Längen der Sonne für die einzelnen Tage des Jahres angegeben.

§. 13.

Die Lage eines Gestirnes am Himmel wird auf eine zweifache Art bestimmt. Es sei Fig. 4 die Lage des Sternes **T** zu bestimmen. Man denke sich durch **T** und den Nordpol **N** einen Kreis senkrecht auf den Aequator **AQ** gelegt, so schneidet er denselben in **B** und man nennt den Bogen **TB** die Abweichung oder Declination des Sternes **T**, hingegen den Bogen des Aequators, der sich zwischen dem Frühlingspuncte **V** und **B** befindet, die gerade Aufsteigung oder Rectascension des Sternes **T**. Diese gerade Aufsteigung wird aber vom Frühlingspuncte gegen Osten **O** über Norden bis **B** nach Graden des Aequators bestimmt. Rectascension und Declination bestimmen die Lage eines Gestirnes am Himmel.

Denkt man sich ferner durch das Zenith **Z** und durch den Stern **T** vertical auf den Horizont **S'ON'** einen Kreis gelegt, so heißt derselbe ein Höhenkreis und der Bogen **TM** giebt die Höhe des Sternes über dem Horizonte. Der Bogen **S'M**, welcher zwischen dem wahren Südpuncte **S'** der Mittagslinie oder des Horizontes und zwischen dem Durchschnittspuncte **M** des Höhenkreises mit dem Horizonte liegt, heißt das Azimuth von **T**. Das Azimuth wird von **S'** gegen **M** gerechnet. Durch Höhe und Azimuth ist die Lage eines Sternes ebenfalls bestimmt. Höhe und Azimuth erfährt man mittelst eines Instrumentes, welches Theodolith heißt und dazu dient, horizontale und verticale Winkel zu bestimmen. Im

Wesentlichen besteht derselbe aus zwei concentrischen, horizontalen Kreisen, die in Grade u. s. w. eingetheilt sind. Der innere von diesen beiden horizontalen Kreisen hat in der Mitte zwei gleich hohe Stützen, auf welchen ein Fernrohr ruht, welches in einer auf den horizontalen Kreisen verticalen Ebene auf und ab bewegt werden kann. Bei dem Fernrohre ist seitwärts ein auf die Horizontalebene vertical gestellter Kreis, der ebenfalls mit einer genauen Gradeintheilung versehen ist. Setzen wir voraus, daß für einen bestimmten Beobachtungsort die Mittagslinie schon gefunden wurde. Um nun die Höhe und das Azimuth eines Sternes zu erfahren, setze man den Theodolithen auf die Mittagslinie so auf, daß der Durchmesser des einen Horizontalkreises dieses Instrumentes genau über der Mittagslinie (§. 6) liege und daß zugleich der Nullpunct der Gradeintheilung dieses Horizontalkreises gegen den Südpunct der Mittagslinie gekehrt sei. Man bewegt in dieser Lage das Fernrohr, bis seine Achse mit dem horizontal liegenden Kreisen parallel läuft und stellt den Nullpunct der Gradeintheilung des Verticalkreises in eine gleiche Höhe mit der horizontalen Achse des Fernrohres. Will man nun ein Gestirn beobachten, so muß man das Fernrohr so lange neigen und um den Mittelpunct drehen, bis man das Gestirn im Gesichtsfelde des Fernrohres erblickt. Ist dies der Fall, so gehen die Grade des Verticalkreises von Null nach aufwärts, bis zur Achse des Fernrohres gezählt, die Höhe des Gestirnes und die Grade des Horizontalkreises, von Null an gerechnet, geben das Azimuth. Der Stern ist dann im Gesichtsfelde des Fernrohres, wenn der Durchschnittspunct der beiden Fäden, die im Brennpuncte des Fernrohres gespannt sind, den Stern schneidet oder deckt. Damit das Instrument über die Mittagslinie genau horizontal gestellt werden könne, sind am Boden desselben Horizontalschrauben angebracht.

§. 14.

Für den practischen Geometer und, wie sich später ergeben wird, insbesondere für den Markscheider ist es eine **wichtige** Aufgabe, die Mittagslinie eines Ortes

zu bestimmen. Für den Markscheider sind folgende Arten, die Mittagslinie eines Ortes zu finden, hinreichend:

1. Art: Man stelle ein Bret, welches eine ebene, glatte Oberfläche hat, mittelst der Wasserwage in eine Horizontalebene. Auf dieses Bret wird der sogenannte Gnomon aufgestellt. Dieser besteht aus einem etwa acht Zoll langen, metallenen Stifte, auf welchem sich eine dünne Platte befindet, welche unter einem Winkel gegen die Achse des Stiftes geneigt ist. In die Platte wird ein feines Loch gebohrt und das untere Ende des Stiftes in eine Unterlage, in ein hölzernes Prisma eingeschraubt. Auf dem horizontal gestellten Brete nehme man einen Punct an und ziehe aus demselben mehrere concentrische Kreise. Hierauf stelle man den Gnomon über dem angenommenen Puncte, aus dem diese Kreise gezogen wurden, so auf, daß die Platte gegen Norden sich richtet, und daß das gebohrte kleine Loch in derselben Verticallinie mit dem Mittelpuncte der Kreise liege, was durch ein an einem feinen Faden hängendes Loth erreicht werden kann. Siehe Fig. 5. Diese Stellung des Gnomon darf nicht verrückt werden, und man beobachtet nun Vor- und Nachmittags die durch das Loch der Platte auf die Kreisbögen einfallenden Sonnenstrahlen. Man stelle diese Beobachtung an einem heiteren Vormittage zwischen 10 und 11 Uhr an und bemerke durch Puncte a, b, c u. s. f. die Lichtpuncte in den Kreisbögen. Eben so bemerke man es zwischen 1 und 2 Uhr Nachmittags, wenn der Lichtpunct in d, e, f u. s. f. einen Kreisbogen schneidet. Theilt man nun jeden dieser Bögen a d, b e, c f u. s. f. in zwei gleiche Theile in o, m, n und verbindet diese Theilungspuncte durch eine Gerade mit dem Mittelpuncte A, so ist diese A o m n die Mittagslinie dieses Ortes. Diese Linie, die sich am Brete befindet, könnte nach Regeln der Feldmeßkunst, wenn es nöthig wäre, auch am Boden abgesteckt werden.

Aus dem Vorausgegangenen und eben Gesagten geht hervor, daß diese Art, die Mittagslinie zu bestimmen, sich auf die Wahrheit gründe, daß Gestirne, die gleich hoch über dem Horizonte stehen, auch gleich weit vom Meridiankreise entfernt sind. Streng genommen gilt dieser Satz nur bei Fixsternen, die eine gleichförmige Bewegung haben, aber nicht bei der Sonne, die einen un-

gleichförmigen Lauf hat; doch erlangt man auf diese Art, die Mittagslinie zu bestimmen, die größte Schärfe und Genauigkeit, wenn man die angegebene Beobachtung zur Zeit der Solstitien, nämlich gegen den 22. Juni und 22. Dezember, anstellt.

Man erhält die Mittagslinie auf der Erdoberfläche, wenn man einen mit einer Visirplatte versehenen Absteckstab mittelst eines Senkels in dem Boden vertical aufstellt. Fig. 6. In der Visirplatte wird ein etwa ½ Zoll großes rundes Loch gebohrt; übrigens befolgt man das frühere Verfahren. Man zieht deßhalb mehrere concentrische Kreise, um an demselben Tage doch die Mittagslinie zu erhalten, wenn ja die Sonne zur Zeit des Markirens durch eine Wolke gedeckt würde und man somit doch einige Puncte erhielte. Ferner kann es auch geschehen, daß bei mehreren solchen Kreisbögen die Verbindungslinie der Halbirungspuncte o, m, n u. s. f. nicht in eine einzige Gerade fällt. In diesem Falle nimmt man diejenige Linie als Mittagslinie an, welche durch die meisten Halbirungspuncte geht.

2. Art: Ist in der Nähe des Ortes eine zuverlässige, gut construirte Sonnenuhr, so hänge man an einem passenden Orte einem mit einem Lothe versehenen Faden auf, z. B. an einem schief stehenden Stabe und warte, bis die Sonnenuhr den Mittag zeigt. In diesem Momente bezeichne man durch Puncte den Schatten des freihängenden Lothes, so ist die Verbindungslinie dieser Puncte die Mittagslinie des Ortes. Dies Verfahren geht aus Folgendem hervor: Unsere Uhren, wenn sie auch die besten sind, zeigen sehr selten die wahre Zeit des Mittags, weil sie gleichförmig gehen, die Sonne aber einen ungleichförmigen Gang hat. Wahrer Mittag ist dann, wenn der Mittelpunct der Sonne sich im Meridiankreise befindet, wenn sie culminirt; wir sagen aber, es ist Mittag, wenn die richtige Uhr Stunde 12 zeigt; beide Zeiten sind aber von einander verschieden, d. i., es ist wahrer Mittag entweder vor oder nach der zwölften Stunde einer richtigen Uhr. Die Zeit, die unsere Uhren zeigen, nennt man mittlere Zeit; eine richtig construirte Uhr geht im Verhältnisse zu einer guten Sonnenuhr welche die wahre Zeit angiebt, entweder voraus oder zu spät; deßwegen kann man eine gute Sonnenuhr zur

Bestimmung der Mittagslinie auf gesagte Art benützen. Ist man aber mit einer guten Uhr versehen, welche auch Secunden zeigt, und hat man zugleich eine Tafel, in welcher die mittlere Zeit für den wahren Mittag eines Ortes für die einzelnen Tage eines Jahres angegeben ist, so kann man die Sonnenuhr entbehren und bestimmt wie vorhin nach dem Schatten des freihängenden Senkels die Mittagslinie zur Zeit des wahren Mittags.

Heißt es z. B. in einer solchen Tafel: 5. Februar. Mittlere Zeit im wahren Mittag: 12 St. 14 Minut. 50 Secund., so wartet man, bis die Uhr diese Zeit zeigt und zieht dann die Mittagslinie. In manchen Kalendern ist die Zeit angegeben, um welche eine Uhr zur Zeit des wahren Mittages zu früh oder zu spät geht, was also ebensogut wie die vorhin erwähnte Tafel benützt werden kann. Man nennt im Allgemeinen den Unterschied zwischen der wahren und mttleren Zeit die Zeitgleichung.

3. Art: Jedem sind die beiden nördlichen Sternbilder bekannt, welche der große und der kleine Bär, auch Wagen, heißen. Jedes dieser Sternbilder hat 7 Sterne von verschiedener Größe, der äußerste Stern im Schwanze des kleinen Bären oder in der Deichsel des Wagens heißt der Polarstern und ist vom eigentlichen Nordpole der Weltachse gegen 2 Grade entfernt. Diesen Stern kann man nun zur Bestimmung der Mittagslinie eines Ortes auf folgende Art benützen. Man stecke in den Boden eine schief stehende Stange, an deren oberm Ende man eine mit Senkblei versehene Schnur aufhängt, welche somit in der Verticalrichtung hängt. Damit die Schnur aus dieser Richtung durch eine etwaige Luftbewegung nicht gebracht werde, kann man das Senkblei in ein mit Wasser gefülltes Gefäß hängen lassen. Nun stellt man sich des Abends in einiger Entfernung von diesem Lothe auf und wartet den Augenblick ab, bis sowohl der Polarstern, als auch der äußerste Stern im Schwanze des großen Bären von der verticalen Schnur gedeckt werden. Bei dieser Beobachtung schließe man, wie beim Visiren durch ein Diopter, das linke Auge. Werden nun beide genannte Sterne vom Lothe gedeckt, so ist dies ein Zeichen, daß der Polarstern durch den Meridian geht, und um die Mittagslinie zu erhalten, braucht man nur in diesem Augenblicke in der

durch das Loth und den Polarstern gedachten Ebene eine sichtbare Lampe einzuvisiren und aufstellen zu lassen. Oder man kann durch einen Gehülfen in diese Verticalebene einen Stab lothrecht einstecken lassen, wenn der Augenblick da ist, in welchem beide Sterne von der Schnur gedeckt werden. Das freihängende Loth und die Lampe oder der Stab geben die Richtung der Mittagslinie.

4. Art: Ist man mit einem Theodolithen §. 13 versehen, so stelle man ihn im Orte A, Fig. 7, wo die Mittagslinie gezogen werden soll, horizontal auf. Nun dreht man das Fernrohr, bis man eine in der Richtung bei **B** aufgestellte sichtbare Lampe vom Mittelpuncte des Fadenkreuzes gedeckt findet. Nun stellt man in dieser Richtung des Fernrohres den Horizontalkreis so, daß die Achse des Fernrohres und der Nullpunct des Horizontalkreises in der Linie **AB** liegen. Hierauf richtet man das Fernrohr, ohne aber die Lage des Horizontalkreises zu ändern, auf einen größeren Fixstern **M** und merkt den Winkel am Horizontalkreise **BAM** oder den Bogen **BM**. Ist der Stern aus dem Gesichtsfelde des Fernrohres verschwunden, so bewegt man das Fernrohr, ohne seine Neigung gegen den Horizont zu ändern und ohne den Horizontalkreis zu verrücken, nach jener Seite, gegen welche das Gestirn den Lauf nimmt und wartet so lange, bis das Gestirn auf der andern Seite wieder im Fernrohre erscheint und vom Durchschnittspuncte des Fadenkreuzes gedeckt wird, z. B. in **M'**. Es ist offenbar während der Zeit der ersten Beobachtung in **M** und der zweiten in **M'** das Gestirn durch den Meridian gegangen, weil das Fernrohr dieselbe Neigung gegen den Horizontalkreis beibehielt, also der Stern in gleichen, correspondirenden Höhen beobachtet wurde. §. 9. Bemerkt man nun auch die Grade vom Nullpuncte in **B** bis **M'** oder den Winkel **BAM'**, so erhält man den Bogen, der zwischen dem Nullpuncte und der Mittagslinie bestimmt werden soll, nämlich Bogen **BS** nach der Formel Bogen $\mathbf{BS} = \frac{\text{Bog. } \mathbf{BM'} - \text{Bog. } \mathbf{BM}}{2}$, wodurch der Punct **S** in der Mittagslinie aufgefunden wird, und da **A** oder das Centrum des Horizontalkreises der zweite Punct der Mittagslinie ist, so giebt die Verbindungslinie beider Puncte

A und S die Richtung der Mittagslinie. Man hat nämlich $MM' = MB + BM'$ und da $MS = SM'$ sein muß, wegen der gleichen Abstände des Sternes vom Meridiane, so ist $MS = \frac{MB + BM'}{2}$, somit auch auch $BS = MS - BM = \frac{MB + BM'}{2} - BM = \frac{BM' - BM}{2}$, was die Formel bestätiget. Wäre z. B. der Bogen $BM' = 110^{\circ}$ und $BM = 40^{\circ}$, so ist $BS = \frac{110^{\circ} - 40^{\circ}}{2} = 35^{\circ}$, und man müßte vom Nullpuncte B gegen S 35 Grade abzählen, um S in der Mittagslinie zu erhalten.

5. Art: Hat man ein Perspectiv-Diopter, wie es beim Feldmessen gebraucht wird, so stelle man dasselbe auf ein mittelst der Wasserwage horizontal gestelltes, ebenes Tischblatt und visire nach einem größeren Fixsterne, ziehe von einem Puncte A eine feine Bleilinie längs der scharfen Kante des Lineales dieses Instrumentes. Nun drehe man nach einiger Zeit nach und nach das Perspectiv-Diopter um den Punct A so lange, bis man denselben Stern wieder vom Fadenkreuze des Fernrohres gedeckt findet. Hierauf ziehe man von A wieder an der scharfen Kante des Lineales eine feine Linie, wodurch ein Winkel bei A entsteht, den man halbirt, und es giebt die Halbirungslinie dieses Winkels die gesuchte Mittagslinie. Bei der Umdrehung um A muß aber das Fernrohr dieselbe Neigung, die es beim ersten Einvisiren hatte, beibehalten. Man ersieht, daß diese Methode auf demselben Grunde, wie die vorige, beruht.

§. 15.

Die Benennungen der Kreise auf der Erdkugel sind dieselben, wie jene auf der Himmelssphäre. Denken wir uns jetzt unter ZNSA, Fig. 4, die Erdkugel, so nennt man NS, welche Linie mit der Weltachse zusammenfällt, die Erdachse, N den Nordpol und S den Südpol der Erde. Jeden größten Kreis, der durch einen Ort T der Erde und zugleich durch den Nord- und Südpol geht,

nennt man einen Meridian dieses Ortes. Die Kreise der Erdkugel, welche senkrecht auf der Erdachse liegen und somit unter einander parallel sind, nennt man Parallelkreise; der größte von ihnen AQ, der durch den Mittelpunct der Erde geht, heißt Aequator oder auch die Linie. Der Aequator steht vom Nord- und vom Südpole um 90° ab. Der Bogen BT eines Meridiankreises, welcher zwischen einem Orte T und dem Aequator liegt, heißt die geographische Breite des Ortes T. Sie kann nördlich oder südlich sein. Den Abstand des Punctes B im Aequator von einem willkürlich angenommenen Meridiankreise, welcher Abstand also durch den Bogen des Aequators ausgedrückt wird, nennt man die geographische Länge des Ortes T. Dieser willkürlich angenommene Meridian heißt auch der erste Meridian. Angenommen, NOS'A wäre dieser erste Meridian, so wäre Bog. BQ die geographische Länge des Ortes T, dessen Breite TB ist. Die Engländer zählen die Grade der geographischen Längen der Oerter von dem Puncte, welcher durch den Durchschnitt des durch die Sternwarte zu Greenwich gezogenen Meridianes und des Aequators entstanden ist. Die Deutschen nehmen als ersten Meridian jenen an, der durch die Insel Ferro geht. Die geograph. Länge und Breite bestimmen die Lage eines Ortes auf der Erdkugel. Man nennt dies die geographische Ortsbestimmung eines Ortes.

Die Mittagslinien solcher Orte, welche eine gleiche und nicht entgegengesetzte Breite und beinahe gleiche geographische Längen haben, sind als parallele Linien anzusehen. Nicht entgegengesetzte Breiten sind hier diejenigen, welche auf derselben Seite des Aequators liegen. Zieht man also in einer nicht gar zu großen Entfernung von einer Mittagslinie eine Parallele, so kann auch letztere als die Mittagslinie betrachtet werden.

Endlich ist zu merken, daß die Polhöhe eines Ortes (§. 6) gleich ist der geograph. Breite desselben. Ist z. B. die Polhöhe von Wien bekannt, (sie beträgt 48° 13',) so weiß man auch die geogr. Breite von Wien, sie ist nämlich auch 48° 13'; ebenso, ist die geograph. Breite von Prag 50° 5', so ist auch die Polhöhe von Prag 50° 5'.

§. 16.

Die vorzüglichsten Bestandtheile der Erdrinde sind große, feste Massen, welche man Gebirgsmassen nennt. Die Erde birgt in ihrem Schooße und auf ihrer Oberfläche die verschiedenartigsten Mineralien, daher man sie die allgemeine Lagerstätte der Mineralien nennt. Diejenigen eigenthümlichen Zwischenräume der Gebirgsmassen, als: Spalten, Höhlungen, Klüfte, welche entweder ganz oder zum Theile mit solchen Mineralien ausgefüllt sind, die nicht zur eigentlichen und wesentlichen Zusammensetzung des Gebirgsgesteines gehören, nennt man besondere Lagerstätten, und der Bergmann und Markscheider versteht unter Lagerstätte immer eine besondere. Diese Lagerstätten sind meistens in der Erde verborgen, nur an einzelnen Stellen kommen sie mit ihren äußersten Enden auf der Erdoberfläche zum Vorschein, man sagt, sie gehen zu Tage aus und nennt die äußersten, auf der Erdoberfläche sichtbaren Enden das Ausgehende oder das Ausbeißen der Lagerstätte.

Man unterscheidet bei den Lagerstätten Lager und Gänge. Lager nennt man Schichten fremdartiger Massen, welche nicht zu der ganzen Hauptgebirgsmasse gehören und parallel mit den Schichten der Gebirgsmasse laufen. Es sei Fig. 11 der Durchschnitt einer solchen Schichte. Der Raum **abcd** ist mit solchen Steinmassen gefüllt, die nicht zum Gestein der Hauptgebirgsmasse gehören, d. i., ober **ab** und unter **cd** ist anderes Gesteine. Die Gebirgsmasse **M**, die auf der obersten Schichtenreihe **ab** aufliegt, nennt man das Dach oder das Hangende des Lagers, die unter **cd** liegende **N** heißt das Liegende oder die Sohle des Lagers; aber auch die Grenze **ab** heißt das Hangende und die Grenze **cd** das Liegende des Lagers. Bei jedem Lager wird die Stärke oder Mächtigkeit berücksichtigt, d. i., die Größe des Durchmessers vom Dache **ab** bis zur Sohle **cd**. Diejenigen Lager, welche eine größere Mächtigkeit, aber eine kleinere Ausdehnung in die Länge und Breite haben, heißen Stöcke. Das Wesentliche der Lager besteht darin, daß ihre Schichten der Ausdehnung nach mit der schiefrigen Structur oder mit den Schichten der ganzen

Gebirgsmasse parallel laufen. Solche Lager, welche die Schichten der Gebirgsmassen schneiden, also nicht mit ihnen parallel laufen, nennt man Gänge. Oft durchschneiden sich diese Gänge, und dann heißen sie Kreuzgänge. Die Gänge sind von verschiedener Mächtigkeit. Enthalten die Gänge keine Erze oder nutzbare Mineralien, so heißen sie taube, im Gegenfalle edle Gänge. Das Hangende ab, Fig. 11 und das Liegende cd eines Ganges, was zwei Flächen des Ganges sind, nennt man Saalbänder. Sind die Gänge sehr schmal, so heißen sie Trümmer (Trumme), Gangtrümmer. Die Verbindung mehrerer, größtentheils schmaler, Gänge, heißt ein Stockwerk.

Flötze sind solche wagerechte, horizontale oder doch sehr wenig geneigte Lagen der Erd- und Steinmassen, welche eine bedeutende Breite haben. Flötzgebirge ist ein solches Gebirge, welches aus jenen wagerechten Erd- und Steinlagen besteht.

§. 17.

Unter Grube, Grubengebäude oder Zeche §. 1 versteht man einen Bezirk oder Raum auf Gängen, Flötzen, Lagern und Stockwerken, sammt den zum Behufe der Gewinnung der Mineralien nöthigen Gebäuden. Dieser Bezirk ist entweder landesherrliches Eigenthum, oder er gehört nach den bestehenden Landesgesetzen einem Privatvereine, welchen man eine Gewerkschaft nennt oder auch nur einer einzigen Privatperson. Durch das Muthen erhält eine Gesellschaft oder Gewerkschaft oder diese einzige Privatperson das Recht, Lagerstätten in den angegebenen Grenzen zu bebauen, d. i., die auf denselben vorkommenden Mineralien, Fossilien zu Tage zu fördern, dafür aber nach den Berggesetzen eines Landes einen gewissen Theil der jährlichen gewonnenen Fossilien oder dessen Geldwerth an die Regierung abzuliefern. Die Antheile des Nutzens oder wohl auch des Verlustes aus der Gewinnung der Fossilien, welche einzelne Mitglieder einer Gewerkschaft haben, nennt man Kure.

Die Grenzen eines Grubengebäudes hat der Markscheider über Tage, auf der Erdoberfläche, mittelst Abziehen und Zulegen §. 1 zu ermitteln und durch Loch-

steine, d. i., Marksteine anzugeben; unter Tage, in der Grube, unter der Erdoberfläche, werden diese Grenzen, Marken durch Zeichen, die in das Gestein eingehauen werden und die man Markscheidestufen nennt, bestimmt; gewöhnlich durch †. Angrenzende Grubengebäude nennt man markscheidende Gruben.

§. 18.

Der Markscheider nennt jede senkrechte, verticale Linie eine seigere Linie oder Seigerlinie, so wie eine jede senkrechte Ebene eine Seigerebene. Die Richtung eines Lothes giebt daher eine Seigerlinie, so wie eine durch das Loth gelegte Ebene eine Seigerebene. Jede horizontale, wagerechte Ebene heißt eine söhlige Ebene oder Sohle, die also durch die Wasserwage bestimmt werden kann. Eine in der Sohle beliebig gezogene gerade Linie heißt eine söhlige Linie.

Eine Linie **ab**, Fig. 8, welche gegen eine Sohle **MN'** geneigt ist, nennt der Markscheider eine flache oder donnlegige Linie. Die Richtung einer solchen Linie erhält er durch eine straff gespannte Schnur; er nennt jede straff gespannte Schnur eine flache Schnur; es bildet also eigentlich die gedachte Achse der flachen Schnur eine flache Linie. Denkt man sich durch die flache Linie eine Seigerebene **bac** auf **MN'** gelegt, so wird letztere in der söhligen Linie **ac** geschnitten und man nennt den Winkel **bac** den Neigungswinkel oder die Neigung der flachen Linie. Die aus dem Endpuncte **b** der flachen Linien auf die Sohle seigere **bc** heißt die Seigerteufe der flachen Linie **ab**. Bei einer und derselben Größe der flachen Linie wird die Seigerteufe größer, wenn der Neigungswinkel größer wird. Die Linie **ac**, welche zwischen dem Anfangspuncte **a** und dem Seigerpuncte **c** der flachen Linie **ab** liegt, heißt die Sohle der flachen Linie. Die Sohle ist die horizontale Projection der flachen Linie und ist bei einer und derselben Größe der flachen Linie dann größer, wenn der Neigungswinkel **bac** kleiner wird, so daß, wenn der Neigungswinkel Null wird, die flache Linie und die Sohle gleich groß sind, nämlich kein Unterschied zwischen beiden vorhanden ist. Wird durch den Anfangspunct **a** eine

Mittagslinie NS in der söhligen Ebene MN' gezogen gedacht, so daß N Norden und S Süden bezeichnet, so heißt der söhlige Winkel caN der Streichungswinkel oder auch das Streichen der flachen Linie ab oder ihrer Sohle ac. Dies ist für den Fall, wenn die flache Linie ab auf der östlichen Seite sich befindet, wie in Fig. 8. Man sagt, die flache Linie strecke sich nach Ost. Ist aber die flache Linie auf der westlichen Seite, streckt sie sich nach West, wie in Fig. 9, so ist der söhlige Winkel caS der Streichungswinkel oder das Streichen der flachen Linie oder ihrer Sohle. Man sagt eine flache Linie steige, wenn ihr Endpunct b oberhalb der durch ihren Anfangspunct a gelegten söhligen Ebene MN' liegt, wie in Fig. 8 und 9. Liegt aber der Endpunct unterhalb der Sohle MN', wie in Fig. 10, so sagt man, die flache Linie falle.

§. 19.

Es sei in Fig. 12 AB die Ebene eines Saalbandes, entweder das Hangende oder Liegende, deren Durchschnitte Fig. 11 ab und cd sind, oder es sei AB eine Ebene, welche zwischen dem Hangenden und Liegenden eines Ganges eine parallele Lage hat und zwischen beiden liegt, wovon ein Durchschnitt in Fig. 11 durch mn vorgestellt wird, so nennt man eine in AB gezogene Linie op, durch die sich eine söhlige Ebene CD legen läßt, die Streichungslinie der Lagerstätte. Zieht man in einem beliebigen Puncte a der Streichungslinie op eine senkrechte bg auf op in der Ebene AB, daß also Winkel bao oder bap rechte Winkel in AB sind, so heißt die Linie bg die Fallungslinie der Lagerstätte oder der Ebene AB. Wird durch den Punct a eine Mittagslinie NS in der söhligen Ebene CD gezogen gedacht, so heißt der söhlige Winkel Nao, den die Streichungslinie mit der Mittagslinie macht, der Streichungswinkel oder das Streichen der Lagerstätte.

Wird auf die Ebene AB durch die Fallungslinie bg eine senkrechte Ebene bgmn gelegt, so heißt dieselbe die Fallebene der Lagerstätte. Diese schneidet die Sohle CD in der Linie af, welche af die Winkel=

kreuz=Streichungslinie der Lagerstätte genannt wird. Die Winkelkreuz-Streichungslinie macht mit der Streichungslinie rechte söhlige Winkel **oaf** und **paf**. Der Streichwinkel der Winkelkreuz-Streichungslinie ist der söhlige Winkel **Naf**; man nennt diesen Winkel auch das Winkelkreuz-Streichen der Lagerstätte. Da nun das Streichen der Lagerstätte der Winkel **Nao**, das Winkelkreuzstreifen **Naf** ist und **Naf** = **Nao** + **oaf** = **Nao** + 90°, so folgt, daß das Winkelkreuzstreichen um 90° größer ist, als das Streichen der Lagerstätte, und daß zugleich ein Streichen durch das andere gegeben ist.

Das Streichen und Winkelkreuzstreichen wird von Nord über Ost und von Süd gegen West gerechnet, und zwar nach Stunden. Da eine ganze Kreisperipherie 360° hat und diese beim Streichen in 24 Stunden getheilt wird, so ist $\frac{360}{24} = 15° = 1$ Stunde; 2 Std. = 30° u. s. f., wovon später ausführlicher gehandelt wird.

§. 20.

Der Winkel **baf**, der von der Fallungslinie **ba** und von der Winkelkreuz-Streichungslinie **af** gebildet wird, heißt das Fallen der Lagerstätte, der Fallungswinkel. Diesen Winkel bestimmt der Markscheider mit dem Gradbogen; und wie das Streichen nach Stunden, so wird das Fallen nach Graden bestimmt, und zwar von 0° bis 90°. Bei dem Fallen wird auch die Weltgegend angegeben, wohin die Lagerstätte fällt, z. B., sie fällt 32° nach **NO**, Nordost.

Fallen und Streichen bestimmen die Lage einer Lagerstätte.

§. 21.

Die Lage einer flachen Linie ist bestimmt:

a) wenn man ihre Größe, ihre Neigung gegen die Sohle, ihr Streichen und die Weltgegenden kennt, nach welcher sie sich streckt, neigt. Auf diesem Grundsatze beruht das Ausmessen oder Abziehen des Markscheiders. Wie wir sehen werden, erhält er die Größe der flachen Linie mittelst der Lachterkette, die Neigung durch den

Gradbogen, das Streichen und die Weltgegenden durch den Compaß, also alle Stücke durch unmittelbare Messung und Beobachtung.

b) Die Lage einer flachen Linie ist bestimmt, wenn man ihre Seigerteufe, Sohle und ihr Streichen kennt. Auf diesem zweiten Grundsatze beruht das Zulegen oder Rißfertigen des Markscheiders. Seigerteufe und Sohle findet er aber nur durch Rechnung.

§. 22.

Es sei in Fig. 13 die **ab** eine flache Linie, **MP** söhlige Ebene, **bc** die Seigerteife der flachen Linie, **ca** ihre Sohle, **NS** die gezogene Mittagslinie, **WO** die im Anfangspuncte **a** auf **NS** gezogene Senkrechte, welche also, nach §. 6, in **O** Osten und in **W** Westen bezeichnet. Läßt man nun vom Endpuncte **c** der Sohle **ca** auf **NS** die Senkrechte **cm**, auf **WO** aber die Senkrechte **cn**, so heißt **cm** oder der Abstand des Endpunctes der Sohle von der Mittagslinie die Länge der Sohle **ac** oder der flachen Linie **ab**, und **cn** oder der Abstand des Endpunctes der Sohle von der Normalen **WO** die Breite der Sohle oder der flachen Linie. In dem entstandenen Rechtecke **manc** ist **cm** = **an** und **cn** = **am**, somit kann für die Länge der Sohle das Stück **an** der Normalen **WO** und für die Breite das Stück **am** der Mittagslinie genommen werden. Da aber die flache Linie **ab** und somit auch ihre Sohle **ac** eine andere Lage haben könnte, mithin sich gegen eine andere Weltgegend strecken würde, so muß jedesmal bei der Angabe der Größe der Länge und Breite einer Sohle oder flachen Linie auch die Weltgegend mit angegeben werden, ob nämlich die Länge östlich oder westlich und ob die Breite nördlich oder südlich sei. Die nördliche Breite und östliche Länge werden als positive Größen mit +, die südliche Breite und westliche Länge als negative Größen mit — bezeichnet.

Es ist von sich selbst die Wahrheit des Satzes zu begreifen, daß durch die Sohle, Seigerteufe, Länge und Breite einer flachen Linie die Lage der flachen Linie selbst genau bestimmt ist, und es beruht darauf, wie wir sehen werden, eine andere Art des Markscheiders, Grundrisse

zuzulegen. Die erste Methode des Zulegens ist §. 21 b, angedeutet.

Länge und Breite findet der Markscheider ebenfalls, wie die Seigerteufe und Sohle, nur durch Rechnung und nicht durch unmittelbare Messung.

Ist Fig. 13 die Länge **cm** = **an** = **L** und die Breite **cn** = **am** = **B**, so läßt sich aus diesen gegebenen Stücken die Sohle **ac** bestimmen; es ist nämlich in dem rechtwinkeligen Dreiecke **acm**, $\overline{ac}^2 = \overline{mc}^2 + \overline{am}^2 = L^2 + B^2$, woraus $ac = \sqrt{(L^2 + B^2)}$.

Eben so läßt sich aus der gegebenen Länge und Breite einer flachen Linie ihr Streichen finden; denn ist $\sphericalangle$ **cam** der Streichwinkel, so ist $am = B = \text{cosin.} \sphericalangle cam$ und $cm = L = \text{sin.} \sphericalangle cam$; somit ist nach trigonometrischen Grundsätzen

$$\text{tang.} \sphericalangle cam = \frac{\text{sin.} \sphericalangle cam}{\text{cosin.} \sphericalangle cam} = \frac{L}{B};$$ ist aber

$\text{tang.} \sphericalangle cam$ bekannt; so läßt sich in den trigometrischen Tafeln der Winkel **cam** selbst finden. Für die Sohle **ac** hat man, wenn $\sphericalangle$ **cam** das Streichen bezeichnet:

$$ac = \frac{L}{\text{sin.} \sphericalangle cam} = \frac{B}{\text{cosin.} \sphericalangle cam}.$$

Zweiter Abschnitt.

Von den Markscheiderinstrumenten und den beim Markscheiden vorkommenden Maßen.

§. 23.

Alle die Instrumente und Apparate, welche der Markscheider zu seinen Arbeiten braucht, nennt man Markscheiderinstrumente. Könnte der Markscheider seine Arbeiten in genug breiten Räumen und auch größtentheils über Tage auf der Erdoberfläche vornehmen, so würde er mit dem Meßtische und den in der Geodäsie üblichen Meßwerkzeugen seinen Zweck erreichen. Aber auf enge und oft niedrige Räume beschränkt, muß er sich mit sehr einfachen und leicht tragbaren Instrumenten begnügen. Wie der Feldmesser, so hat auch der Markscheider Linien und Winkel zu messen. Zum Messen der Linien dient die Lachterkette und der Achtelstab; zum Messen und Bestimmen der Winkel ist der Gradbogen, der Compaß und die Eisenscheibe.

§. 24.

Die Lachterkette, ähnlich der Meßkette bei dem Feldmessen, ist eine Kette von Messingdraht, welche ge-

wöhnlich 5 bis 6 Lachter lang ist. Die ganzen Lachter sind an der Kette durch größere Ringe von einander unterschieden. Zum Fassen und Spannen der Kette sind an ihren Enden etwas größere Handringe angebracht.

Das Lachter ist als Längenmaß beim Bergbaue eingeführt und hat gewöhnlich sieben landesübliche Fuße. Da fast überall beim deutschen Bergbau das Decimalmaß eingeführt ist, so ist die Eintheilung des Lachters folgende:

1 Lachter = 10 Lachterzehntel = 100 Lachterzolle = 1000 Primen,
1 Lachterzehntel = 10 Lachterzolle = 100 Primen,
1 Lachterzoll = 10 Primen.

Das preußische Lachter hat eine Länge von 2·0924 Metern und wird in 8 Achtel, das Achtel in 10 Lachterzoll, der Lachterzoll in 10 Primen, die Prime in 10 Secunden getheilt.

Im Königreich Sachsen ist durch eine Verordnung vom 28. April 1830 die Länge des Lachters auf 2 Meter bestimmt worden und auch die Decimaleintheilung des Lachters eingeführt. Früher war die Eintheilung des Lachters wie in Preußen.

Im Großherzogthum Baden bedient man sich der landesüblichen Ruthe von 10 bad. Fuß auch beim Markscheiden und überhaupt beim Bergwesen; sie ist 3 Meter lang.

Im Herzogthume Braunschweig wird das Berglachter in 8 Spann, der Spann in 10 Lachterzoll, der Zoll in 10 Primen und die Prime in 10 Secunden getheilt und ist 1·91926 Meter lang.

Die Bergelle, die in Sachsen im Bergwesen gebraucht wird, ist $\frac{2}{7}$ Lachter lang.

Jede Lachterabtheilung an der Lachterkette enthält 10 Glieder, deren jedes also ein Lachterzehntel ist. Eine gehörig ausgespannte Kette muß von der inneren Peripherie des einen Endringes bis zur äußeren Peripherie des anderen Handringes genau entweder fünf oder sechs Lachter betragen. Zum Prüfen, oder, wie man zu sagen pflegt, zum Justiren der Kette dient der Lachterstab, ein aus trockenem, hartem Holze verfertigter und etwa drei Zoll dicker, vierseitiger Stab, auf welchem die Länge eines Lachters nebst den Unterabtheilungen aufgerissen ist.

Vor jeder Messung, die mit der Lachterkette vorgenommen wird, wird dieselbe mit dem Lachterstabe justirt, d. i., man sieht nach, ob sich die Kette nicht durch den vorausgegangenen Gebrauch ausgedehnt habe, in welchem Falle dieselbe berichtigt werden müßte. Sollen Linien gemessen werden, welche kürzer als ein Lachter sind, so bedient man sich des Achtelstabes, wenn in einem Lande das Lachter in 8 Achtel, wie in Preußen und früher auch in Sachsen, eingetheilt ist. Es ist dies aus einem gut ausgetrockneten, harten Holze verfertigtes, vierseitiges Stäbchen, welches genau eine Länge von einem Achtellachter hat und in Lachterzolle getheilt ist. Wo aber das Lachter die Decimaleintheilung hat, da ist das Stäbchen ein Zehntellachter lang und in 10 Lachterzolle eingetheilt.

§. 25.

Zum Bezeichnen der Linien, welche mit der Lachterkette gemessen werden sollen, werden gute, aus Hanf verfertigte, aber nicht allzustarke Schnüre verwendet. Um schnell operiren zu können, wie wir später sehen werden, braucht der Markscheider zwei solche Schnüre, welche jede gegen 50 Lachter lang sein soll. Jede von diesen beiden Schnüren wird auf eine lange Rolle, wie in Fig. 14, aufgewickelt, welche sich mittelst der Spindel **m** drehen läßt, wodurch die Schnur wieder leicht von der Rolle abgewickelt werden kann. In den Endpuncten einer zu messenden Linie werden sogenannte Markscheiderschrauben eingeschraubt; es sind dies messingene, eine Linie starke, mit hölzernen Griffen versehene Schrauben, wovon der Markscheider immer mehrere haben muß. Diese Schrauben werden unter Tage entweder in schon vorhandenes Zimmerwerk, oder in eigens in die Erde oder das Gestein geschlagene Hölzer, Spreitzen, geschraubt oder über Tage in die Köpfe der Markscheiderböcke so geschraubt, daß die Schraube nicht leicht durch die angespannte Schnur herausgerissen werden kann.

Ein Markscheiderbock, Fig. 15, ist ein etwa 8 Fuß langes, am oberen Ende **a** gegen 6 Zoll und am untern 4 Zoll dickes Stammholz, welches am obern Ende **a** von zwei gleich weit von einander abstehenden Stützen **m** und **n** getragen wird. Das obere Ende **a** ist abgerundet und

heißt der Kopf des Markscheiderbockes. Der Markscheider braucht wenigstens zwei solche Böcke. Die Markscheiderböcke werden von gleicher Höhe verfertigt, was man sehr leicht untersuchen kann, wenn man zwei solche Böcke auf einen ebenen Platz stellt, auf ihre Köpfe eine Latte legt und mit einem Lothfaden die Höhen a c untersucht: sind dieselben bei den beiden oder bei allen zu prüfenden Markscheiderböcken gleich groß, so sind auch die Scheitel ihrer Köpfe über einer söhligen Ebene gleich hoch. Die Markscheiderböcke werden deßwegen gleich hoch verfertigt, weil man sich derselben auch beim Nivelliren bedient und die Nivellirungsart des Markscheiders nur gleich hohe Böcke erfordert. Jede straff angespannte Schnur nennt der Markscheider eine flache Schnur.

§. 26.

Zum Bestimmen des Neigungswinkels einer straff angespannten oder flachen Schnur gegen die horizontale oder söhlige Ebene hat der Markscheider den Gradbogen. Der Gradbogen ist ein aus dünnem Messingblech verfertigter Halbkreis, Fig. 16, der in 2 Kreisquadranten a o und o b getheilt ist. In der Mitte des Verbindungsbandes cd, nämlich in m, hängt ein sehr feiner und biegsamer Faden m n, der am untern Ende n ein messingenes, kleines Loth hat. Die Abzählung der Grade und ihrer Theile fängt in der Mitte des Halbkreises in o, im Nullpuncte an und geht zu beiden Seiten bis 90°. Jeder Grad ist in vier gleiche Theile, Viertelgrade und jeder Viertelgrad wieder in drei gleiche Theile getheilt, wovon jeder Theil ein Plus oder auch Minus heißt. Ein Plus wird mit p, ein Minus mit m bezeichnet. So schreibt man z. B. $8\frac{3}{4}$ p und lies't 8 Grad, drei Viertelgrad und Plus, oder $4\frac{1}{4}$ m und lies't 4 Grad, ein Viertelgrad und Minus. In Fig. 17 sei abcd die Abtheilung des Gradbogens von einem Grad sammt den Unterabtheilungen.

Es enthält demnach

ein Viertelgrad $\frac{1}{4}^\circ = \frac{60'}{4} = 15'$,

Zweiviertelgrad oder $\frac{1}{2}^\circ = 15' \times 2 = 30'$,

Dreiviertelgrad $\frac{3}{4} = 15' \times 3 = 45'$,

Plus oder Minus $\frac{15}{3} = 5'$,

Auch das Plus oder Minus wird noch halbirt und dann ist

$\frac{p}{2}$ oder $\frac{m}{2} = \frac{5'}{2} = 2'\ 30''$.

Zur genauern Bezeichnung wird manchmal ein Grad in 8 Theile getheilt und dann ist

ein Achtelgrad $= \frac{1}{8}{}^{0} = \frac{60'}{8} = 7'\ 30''$.

Wollte man z. B. 30° 35' nach bergmännischer Art bezeichnen, so ist $30\frac{1}{2}\ p = 30^0 + 30' + 5$; oder

$28^0\ 10' = 28\frac{1}{4}\ m = 28^0 + 15' - 5'$;

$20^0\ 12'\ 30'' = 20\frac{1}{4}\ \frac{m}{2} + 20^0 + 15' - 2'\ 30''$;

ferner ist

$7\frac{3}{4}\ p = 7^0 + 45' + 5' = 7^0\ 50'$;
$8\frac{1}{2}\ m = 8^0 + 30' - 5' = 8^0\ 25'$;
$10\ m = 10^0 - 5' = 9^0\ 55'$;
$12\frac{1}{8}\ p = 12^0 + 7'\ 30'' + 5' = 12^0\ 12'\ 30''$.

Am Durchmesser des Gradbogens oder an dem Messingbande sind bei c und d, Fig. 16, Haken angebracht, mittelst welchen sich der Gradbogen auf eine straff gespannte Schnur aufhängen läßt, oder mittelst welchen man den Gradbogen auch frei, parallel mit der Richtung einer Linie, auf den Zeigefingern beider Hände halten kann. Die Grad- und Unterabtheilungen müssen richtig und von einem geschickten Mechanikus genau auf der Messingplatte aufgerissen sein.

§. 27.

Einen Compaß nennt man im Allgemeinen ein Gefäß, in dessen Mitte sich eine Magnetnadel, d. i. eine mit dem Magnete bestrichene stählerne Nadel, oder längliche, an beiden Enden zugespitzte Platte befindet.

Die Magnetnadel bewegt sich in dem Mittelpuncte eines Kreises, dessen Gradeintheilung am Gefäße, worin die Magnetnadel spielt, befindlich ist. Ihr Gebrauch gründet sich auf ihre Eigenschaft, daß, wenn sich die Magnetnadel frei bewegen kann, sobald sie ruhig ist, für einen Ort und eine gewisse Zeit nach Norden gekehrt ist.

Beim Markscheiden wird der Hängecompaß gebraucht. (Fig. 22.) Er dient zur Bestimmung des Strei-

chens gerader Linien, was aus dem III. Abschnitte ersichtlich wird. Seine Einrichtung besteht im Wesentlichen in Folgendem:

An dem Messingringe a' b' k ist ein zweiter Messingring kedf bei d und k angeschraubt. Der Ring kedf ist auf beiden Seiten zwischen k und d, nämlich bei e und f, durchbohrt, und in diesen Löchern ist ein dosenförmiges Gehäuse mittelst zweier Stifte beweglich. Dieses Gehäuse efgh ist von Messing, und in dessen Mitte c spielt eine Magnetnadel auf einem feinen Stifte an einem eingetheilten Kreise SONW. Um die Einwirkung des Windes zu verhindern und die Magnetnadel zugleich unbeschädigt zu erhalten, so ist das Gehäuse mit einem Glasdeckel versehen. Damit dieses messingene Gehäuse an dem ersten Ringe abk bei jeder Neigung des ganzen Instrumentes genau anliege und auf diese Art in seiner Bewegung regulirt werde, so trägt es bei h und g zwei Aermchen. Mittelst der Haken a' und b' kann der Hängecompaß an eine straff gespannte oder flache Schnur aufgehangen werden, oder man kann auch mit den Fingern die beiden Haken parallel mit der Richtung einer flachen Schnur halten.

Nur beim schwedischen Bergbau ist die Eintheilung des Kreises SONW nach Graden, wie bei jeder gewöhnlichen Kreiseintheilung. Beim deutschen Bergbau ist aber dieser Kreis in Stunden eingetheilt; ferner sind im Hängecompaß die Weltgegenden O Ost und W West verwechselt. Die Eintheilung fängt im Nordpunct N an und geht über Ost O bis S Süd so, daß diese halbe Peripherie 12 Stunden hat, Fig. 24 und im Puncte O Stunde 6 ist. Vom Südpuncte S, wo Stunde 12 ist, fängt eine neue Eintheilung über W bis N ebenfalls in 12 Stunden an und in W ist Stunde 6. Die Eintheilung in den 4 Quadranten ist somit folgende in Hinsicht der Weltgegenden, wie sie im Hängecompasse vorkommen:

1) NO Nordost: Stunde 1, 2, 3, 4, 5, 6.
2) SO Südost: Stunde 7, 8, 9, 10, 11, 12.
3) SW Südwest: Stunde 1, 2, 3, 4, 5, 6.
4) NW Nordwest: Stunde 7, 8, 9, 10, 11, 12.

Die beiden auf einander senkrechten Durchmesser NS und OW nennt man Stundenlinien, und zwar ist

NS die **zwölfte** und OW die **sechste** Stundenlinie des Compasses.

Jede Stunde ist $\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$. (§. 19). Sie wird in 8 gleiche Theile oder in 8 Achtelstunden eingetheilt; es ist daher

eine Achtelstunde $= \frac{15^\circ}{8} = 1^\circ\ 52'\ 30''$;

2 Achtelstunden $= (1^\circ\ 52'\ 30'') \cdot 2 = 3^\circ\ 45'$;
3 Achtelstunden $= (1^\circ\ 52'\ 30'') \cdot 3 = 5^\circ\ 37'\ 30''$;
4 Achtelstunden $= (1^\circ\ 52'\ 30'') \cdot 4 = 7^\circ\ 30'$;
5 Achtelstunden $= 9^\circ\ 22'\ 30''$;
6 Achtelstunden $= 11^\circ\ 15'$;
7 Achtelstunden $= 13^\circ\ 7'\ 30''$.

Jede Achtelstunde wird weiter in **vier** gleiche Theile oder in vier Viertelachtelstunden, oder in vier Viertel eingetheilt; es ist somit

$\frac{1}{4}$ oder 1 Viertelachtelstunde $= \frac{1^\circ\ 52'\ 30''}{4} = 28'\ 7''\ 30'''$;

$\frac{1}{2}$ oder 2 Viertelachtelstunden $= (28'\ 7''\ 30''') \cdot 2 = 56'\ 15''$;

$\frac{3}{4}$ oder 3 Viertelachtelstunden $= 1^\circ\ 24'\ 22''\ 30'''$.

Endlich wird jedes Viertel in drei gleiche Theile getheilt, und es heißt ein solcher Theil dann Plus, welches mit p, oder ein Minus, welches mit m bezeichnet wird. Es ist somit

1 Plus oder Minus $= \frac{28'\ 7''\ 30'''}{3} = 9'\ 22''\ 30'''$.

Endlich halbirt man manchmal das Plus oder Minus, und es ist sodann

$\frac{p}{2}$ oder $\frac{m}{2} = \frac{9'\ 22''\ 30'''}{2} = 4'\ 41''\ 15'''$.

Für das Wort Stunde gebraucht man den Buchstaben h (hora). So schreibt man z. B.:

$8^h\ \frac{3}{4}$ p und lies't: Stunde 8, drei Viertel und Plus; es ist $8^h\ \frac{3}{4}\ p = 120^\circ + 1^\circ\ 24'\ 22''\ 30''' = 121^\circ\ 24'\ 22''\ 30'''$; es liegt

$8^h\ \frac{3}{4}$ p somit entweder im Quadranten NW oder SO.

$5^h\ 6\frac{1}{4}$ m wird gelesen: Stunde 5, 6 Achtelstunden, ein Viertel und Minus, und es ist

$5^h\ 6\frac{1}{4}\ m = 75^o + 11^o\ 15' + 28'\ 7''\ 30''' - 9'\ 22''\ 30''' = 86^o\ 33'\ 45''$.

Manchmal läßt man das Zeichen h weg und schreibt nur 10, $3\frac{3}{4}$ p und lies't: Stunde 10, 3 Achtelstunden, 3 Viertel und Plus; es ist

$10,\ 3\frac{3}{4}\ p = 150^o + 5^o\ 37'\ 30'' + 1^o\ 24'\ 22''\ 30''' + 9'\ 22''\ 30''' = 157^o\ 11'\ 15''$.
$2,\ o\,m = 30^o - 9'\ 22''\ 30'' = 29^o\ 50'\ 37''\ 30'''$.
$9,\ o\,p = 135^o + 9'\ 22''\ 30''' = 135^o\ 9'\ 22''\ 30'''$.

Auch umgekehrt kann eine Anzahl Grade und ihrer Theile in die bergmännische Bezeichnung reducirt werden. So ist z. B.

$15^o\ 18'\ 45'' = 1^h\ \frac{1}{4}\ m = 1\ \frac{1}{4}\ m$;
$46^o\ 15' = 3^h\ \frac{3}{4}\ m$;
$167^o\ 11'\ 15'' = 11^h\ 3\frac{1}{2}\ m$;
$31^o\ 15'\ 2'' = 2^h\ \frac{3}{4}\ m$;
$18^o\ 50'\ 37''\ 30''' = 1^h\ 2\frac{1}{2}\ p$.

Oft kommen dem Markscheider Berechnungen vor, entweder Additionen oder Subtractionen, wo die bergmännischen Bezeichnungen in Grade und ihre Theile reducirt werden müssen, z. B. so ist

$3_h\ 2\ p + 1^h\ 1\frac{1}{4}\ p = 48^o\ 54'\ 22''\ 30''' + 17^o\ 30' = 66^o\ 24'\ 22''\ 30''' = 4^h\ 8\frac{1}{2}\ m$;
$3^h\ 2\ p - 0^h\ 2\frac{3}{4}\ m = 48^o\ 54'\ 22''\ 30''' - 5^o = 43^o\ 54'\ 22''\ 30''' = 2^h\ 7\frac{1}{2}\ m$;
$12_h - 2^h\ 1\frac{1}{4} = 9^h\ 6\frac{3}{4}$; $6^h\ 0\frac{3}{4}\ m - 0^h\ 2\frac{1}{2}\ p = 5^h\ 6\ p = 86^o\ 24'$; $95^o\ 18'\ 45'' + 85^o = 180^o\ 18'\ 45'' = 12^h\ 0\frac{1}{4}\ m$.

Zu solchen Berechnungen sind eigens entworfene Reductionstafeln von einem großen Nutzen, und eine solche Reductionstafel findet man in der Tafel zur Berechnung der Längen und Breiten für die Sohle = 1. Von D. Fr. Hecht. Freiberg 1819. 8. Mit 1 Kupfertafel. Bei Craz und Gerlach.

§. 28.

Der Zulegecompaß dient dazu, um eine Linie am Papiere zu ziehen oder anzuzeichnen, die ein gegebe-

nes Streichen hat, was man eine Linie zulegen nennt.

§. 1. Ein rechtwinkeliges, messingenes Lineal abcd, Fig. 18, auf welches man die Büchse mit der Magnetnadel, d. i. die Boussole des Hängecompasses so stellen kann, daß die zwölfte Stundenlinie SN des Compasses mit den langen Kanten des Lineales, mit ab oder cd, parallel gestellt werden kann, nennt man ein Zulegeinstrument, und das Zulegeinstrument sammt dem darauf eingestellten Compaß nennt man den Zulegecompaß. Wenn in der Folge der Ausdruck: festgestellter Zulegecompaß, vorkommt, so hat man sich darunter zu denken, daß die Boussole am Lineale so eingestellt wurde, daß die zwölfte Stundenlinie SN parallel ist mit den Kanten des Lineales.

§. 29.

Mittelst des festgestellten Zulegecompasses kann man das Streichen einer Linie, die am Papiere gezogen wurde, in Hinsicht ihres Anfangspunctes a angeben, wenn man den Zulegecompaß an die gezogene Linie ab so legt, daß der Punct S der zwölften Stundenlinie gegen den Anfangspunct a der Linie ab und der Punct N gegen den Endpunct der gezogenen Linie zu liegen kommt. Nun beobachtet man die Weltgegenden und die Stunde und ihre Theile, in welchen die Nordspitze der sich frei bewegenden und nun ruhig gewordenen Magnetnadel einhakt oder einspielt. Gesetzt, es befinde sich die Nordspitze der Magnetnadel im Quadranten NW und in 9^h 5, so wäre das Streichen der willkürlich gezogenen Linie NW 9^h 5.

Der Markscheider kommt bei seinen Berechnungen oft in die Lage, aus dem Streichen der beiden Schenkel ab und ac eines Winkels x, Fig. 19, die Grade des Winkels x angeben zu müssen. Hierbei hat man sich nun an folgende 2 Hauptregeln zu halten:

1) Ist das Streichen beider Schenkel des Winkels x in demselben Halbhorizonte, d. i. entweder in NWS oder in NOS, so findet man die Grade des söhligen Winkels x, wenn man das kleinere Streichen vom größeren subtrahirt. Ist das größere Streichen y, das kleinere z, so ist $x = y - z$. Der Scheitel a des Win-

kels x wird als Anfangspunct der Linien ab und ac angesehen und in Bezug auf denselben das Streichen von ab und ac bestimmt.

Beispiel 1. Es sei das Streichen des Schenkels ab = 7_h 4p NW, das Streichen des Schenkels ac = 4h $7\frac{3}{4}$m SW, so ist das Streichen beider Schenkel in demselben Halbhorizonte, nämlich in NWS, und es ist daher

$$x = 7^h\ 4\ p - 4^h\ 7\tfrac{3}{4}\ m = 112^\circ\ 40' - 74^\circ\ 22'\ 30'' = 38^\circ\ 17'\ 30''.$$

Beispiel 2. Es sei das Streichen von ab von a aus = 12^h S und das Streichen von ac ebenfalls von a aus = SW $4^h\ \frac{1}{4}$, so ist hier $x = 4^h\ \frac{1}{4} = 60^\circ\ 28'\ 7''\ 30'''$; denn da, nach §. 27, die Stunden von N über O bis S und von S wieder angefangen gezählt werden, so ist in S eigentlich Stunde Null, daher in diesem Falle keine Subtraction Statt finden kann. Wäre aber das Streichen von ab = 12^h S und das Streichen von ac = 8^h SO, so wäre

$x = 12^h - 8^h = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, weil von N über O bis S die Stunden gezählt werden und somit hier von Stunde 8 bis 12 zu zählen ist.

Beispiel 3. Es sei das Streichen von ab = 4^h NO und von ac = SO 8^h 2; hier liegen beide Schenkel in demselben Halbhorizonte NOS, somit ist

$$x = 8^h\ 2 - 4^h = 123^\circ\ 45' - 60^\circ = 63^\circ\ 45'.$$

2) Ist aber das Streichen der Schenkel eines Winkels in verschiedenen Halbhorizonten, so findet man die Anzahl Grade und ihrer Theile des inneren söhligen Winkels x, wenn man von 12 Stunden den Unterschied aus beiden Streichen subtrahirt; es ist nämlich in diesem Falle

$$x = 12 - (y - z).$$

Beispiel 1. Es sei das Streichen von ab aus dem Scheitel a = SO 9^h 2, das Streichen von ac ebenfalls aus a = NW 8^h, so ist, da SO und NW zwei Quadranten sind, die in verschiedenen Halbhorizonten liegen,

$$x = 12 - (9{,}2 - 8) = 180^\circ - (148^\circ\ 45' - 120^\circ) = 180^\circ - 28^\circ\ 45' = 151^\circ\ 15'.$$

Beispiel 2. Es sei das Streichen des ersten Schenkels = SW 3,1; das Streichen des zweiten Schenkels

= NO 5^h, so ist wegen der verschiedenen Halbhorizonte

$x = 12 - (5-3'1) = 180^0 - (75^0 - 46^0\ 52'\ 30'') = 180^0 - 28^0\ 7'\ 30'' = 151^0\ 52'\ 30''$.

Ein anderer Fall, welcher dem Markscheider bei seinen Berechnungen vorkommt, ist der, daß ihm der innere söhlige Winkel x und das Streichen des einen Schenkels des Winkels x bekannt und das Streichen des andern Schenkels zu finden ist. In diesem Falle muß ihm aber nebstbei bekannt sein, ob der Schenkel, dessen Streichen zu finden ist, mit dem gegebenen in demselben Halbhorizonte liege, oder nicht. Man verfährt auch hier nach folgenden 2 Hauptregeln:

1. Liegen beide Schenkel in einerlei Halbhorizont und soll der andere Schenkel, dessen Streichen zu finden ist, auf der rechten Seite des gegebenen Schenkels liegen, so ist, wenn y das zu suchende Streichen des andern Schenkels, x den gegebenen inneren söhligen Winkel und z das gegebene Streichen des gegebenen Schenkels bedeuten, $y = x + z$, was aus dem vorigen Falle Regel 1 folgt.

Soll aber der andere Schenkel, dessen Streichen zu finden ist, auf der linken Seite des gegebenen liegen, was auch jedesmal bekannt sein muß, so ist

$z = y - x$.

Beispiel 1. Es sei der innere söhlige Winkel = $16^0\ 52'\ 30''$; das Streichen des einen Schenkels dieses Winkels 3^h 2 p, so ist, wenn angenommen wird, daß beide Schenkel in demselben Halbhorizonte liegen, und daß der andere Schenkel auf der rechten Seite des gegebenen Schenkels sich befindet, das Streichen des rechtsliegenden Schenkels = 3, 2 p + $16^0\ 52'\ 30'' = 48^0\ 54'\ 22''\ 30''' + 16^0\ 52'\ 30'' = 65^0\ 46'\ 52''\ 30''' = 4^h\ 3\frac{1}{2}$ m.

Sollte der andere Schenkel, der Annahme zufolge, links liegen, so ist sein Streichen = 3, 2 p — $16^0\ 52'\ 30'' = 48^0\ 54'\ 22''\ 30''' - 16^0\ 52'\ 30'' = 32^0\ 1'\ 52''\ 30''' = 2^h$ 1 p.

Beispiel 2. Es sei der innere Winkel $x = 97^0\ 11'\ 15''$; das Streichen des gegebenen Schenkels = 3 $7\frac{1}{4}$ m; der andere Schenkel liegt mit dem gegebenen in demselben Halbhorizonte, und zwar auf der rechten Seite

des gegebenen, so ist sein Streichen = 97° 11′ 15″ + 3^h 7¼ m = 97° 11′ 15″ + 58° 26′ 15″ = 155° 37′ 30″ = 10^h 3, welche Stunde entweder im Quadranten **NW** oder **SO** liegen kann; ist nun das gegebene Streichen 3^h 7¼ im Quadranten **SW**, so muß das gefundene Streichen 10, 3 im Halbhorizonte **NWS** liegen, d. i., es ist das Streichen des andern rechtsliegenden Schenkels = 10^h 3 **NW**. Wäre aber das gegebene Streichen 3, 7¼ m im Quadranten **NO**, so wäre auch das Streichen des andern Schenkels **SO** 10, 3. Sollte aber angenommen werden, daß der Schenkel, dessen Streichen zu suchen ist, auf der linken Seite des gegebenen liege, so ist das Streichen

= 97° 11′ 15″ — 3^h 7¼ m = 97° 11′ 15″ — 58° 26′ 15″ = 38° 45′ = 2^h 4¾ m, welcher Stundenwinkel entweder im Quadranten **NO** oder **SW** liegen kann, wäre also das gegebene Streichen 3,7¼ m **NO**, so ist auch das gefundene des zweiten links liegenden Schenkels 2,4¾ m **NO**.

2) Liegt aber der Schenkel, dessen Streichen man zu bestimmen hat, der Annahme zu Folge in einem andern Halbhorizonte, als der gegebene, so muß ebenfalls unterschieden werden, ob der zu bestimmende Schenkel auf der rechten oder linken Seite des gegebenen liegt.

Liegt der zu bestimmende Schenkel auf der rechten Seite des gegebenen, so werden von der Summe des gegebenen inneren Winkels und des gegebenen Streichens 12 Stunden subtrahirt. Ist x der innere Winkel, y das gegebene Streichen des einen Schenkels, so ist das Streichen des andern Schenkels = (x + y) — 12.

Liegt aber der andere Schenkel, dessen Streichen angegeben werden soll, auf der linken Seite, so ist sein Streichen = 12^h — (x — y), d. i., man subtrahirt von 12 Stunden den Unterschied aus dem inneren gegebenen Winkel und aus dem gegebenen Streichen des einen Schenkels.

Beispiel: Es sei der innere söhlige Winkel 62° 11′ 15″ das Streichen des gegebenen Schenkels 9^h 4½, man soll das Streichen des andern Schenkels, der im andern Halbhorizonte liegt, finden.

Soll dieses Statt finden, so muß der andere Schenkel des Winkels auf der rechten Seite des gegebenen Schenkels liegen, und man hat somit nach der obigen ersten Formel für das Streichen dieses rechts liegenden Schenkels = (62° 11' 15" + 9^{h} $4\frac{1}{8}$) 12^{h} =

(62° 11' 15 + 143° 26' 15") — 180° = 205° 37' 30" — 180 = 25° 37' 30" = 1^{h} $5\frac{3}{4}$ m.

Es ist dem Anfänger anzurathen, sich in die in diesem §. erklärten Fälle, die bei Berechnungen sehr oft vorkommen, gehörig einzuüben.

§. 30.

In solchen Gegenden, wo in der Nähe befindliches Eisenerz und andere Fossilien auf die Magnetnadel so einwirken, daß man das Streichen der Linien nicht mehr zuverlässig erhalten kann, bedient man sich statt des Hängecompasses der Eisenscheiben. Unter den Eisenerzen, die auf die Magnetnadel einwirken, sind z. B. der Roth- und Brauneisenstein, Eisenglanz, Iserin, Titaneisen, Thoneisenstein, Eisenglimmer, Magneteisenstein u. s. w., ferner die Kobalt- und Nickelerze, einige Granite, Serpentin, Topfstein, Olivin, Porphyre u. a. m., die dem practischen Bergmanne bekannt sind.

Die Eisenscheibe besteht im Wesentlichen aus einer messingenen Kreisscheibe, welche ganz die Einrichtung und Eintheilung der Boussole des Hängecompasses hat. Diese Scheibe befindet sich in einem Ringe, der mit einem Zeiger zum Angeben der Streichwinkel versehen ist.

Am Mittelpuncte der Scheibe, welche in dem Ringe bewegt werden kann, ist eine Regel oder ein messingenes Lineal, welches an seinem Ende einen Haken hat, an welchen die Schlinge einer Schnur gehängt werden kann. Mittelst dieses Lineales, welches mit der Scheibe verbunden ist, kann die Kreisscheibe in dem Ringe um den Mittelpunct herumgedreht werden, während der Zeiger am Mittelpuncte unbeweglich bleibt. Der weitere Gebrauch der Eisenscheiben statt des Hängecompasses wird später einleuchtend werden.

§. 31.

Ich setze hier die Construction eines verjüngten Maßstabes und die Gründe derselben voraus. Nur in Hinsicht des Verjüngungsverhältnisses ist zu merken, daß man bei Verfertigung der gewöhnlichen Grubenrisse meistens auf einen wirklichen, landesüblichen Zoll zehn verjüngte Lachter rechnet. Ein solcher verjüngter Maßstab ist bei Fig. 29 unter **mnop** angedeutet. Es wird also z. B. die Linie **a**...4 am Maßstabe 2·4 Lachter bedeuten, **b**....3 wird 5·3 Lachter, **f**...**k** wird 13·5 Lachter anzeigen u. s. w. Bei Grundrissen, wo man im Detail Alles angeben will, wird 1 wirklicher Zoll = 5 verjüngten Lachtern und bei großen Uebersichtskarten von Bergamtsrevieren 1 wirklicher Zoll = 50 bis 100 verjüngten Lachtern genommen.

Dritter Abschnitt.

Auflösungen der nothwendigsten Aufgaben der Markscheidekunst.

§. 32.

Eine Linie, die höchstens 8 Lachter lang ist, soll gemessen werden.

Auflösung. Es sei Fig. 20 der Durchschnitt des hohlen Raumes eines Ganges; soll nun die Linie ab gemessen werden, so schlage man in a und b hölzerne Prismen, sogenannte Spreitzen, ein, wenn nicht schon in diesen Puncten Gegenstände von Holz vorkommen. In diese Spreitzen oder Holzstücke schraubt man die Markscheiderschrauben fest ein, giebt auf die Spindel m das Oehr einer Schnur und spannt diese Schnur dadurch, daß man sie über die Spindel der zweiten Schraube in n zieht und sie um diese zweite Spindel einige Mal umschlägt. Hierauf wird die Lachterkette gehörig ausgespannt, auf die flache Schnur so aufgelegt, daß die Hälfte des Handringes in m sich befindet, während ein Gehülfe den andern Endring der Kette hält und die Kette fest anzieht. Bleibt noch ein Rest der flachen Schnur mn zu messen übrig, so wird derselbe entweder mit der Lachterkette weiter gemessen, oder man bedient sich des Achtelstabes. Dies

Verfahren gilt, wenn unter Tage in der Grube die Distanz **a b** zu bestimmen wäre; sind aber **a** und **b** über Tage, auf der Erdoberfläche, so werden über **a** und **b** entweder seiger stehende Stöcke oder Markscheiderböcke gesetzt, in deren Köpfe die Markscheiderschrauben fest eingeschraubt werden. Uebrigens wird wie früher manipulirt. Die Entfernung **a b** oder **m n** wird in der Ausübung höchstens 7 oder 8 Lachter genommen, indem sich die Schnur vermöge ihrer Schwere in der Mitte senkt, wenn sie länger als 7 oder 8 Lachter ist und eine gebrochene Linie bildet, welche, wenn sie mit der Kette abgemessen wird, nicht die wahre Distanz **a b** oder **m n** giebt.

§. 33.

Eine seigere Linie, z. B. die Tiefe oder Höhe eines seiger stehenden Schachtes ist zu messen.

Auflösung. Sind die beiden über einander liegenden Seigerpuncte gegeben, so schraube man in die obere Spreitze oder in das Zimmerwerk, wo der obere Seigerpunct liegt, eine Markscheiderschraube und ebenso eine in die untere Spreitze, welche den Ort des untern Seigerpunctes angiebt und spanne zwischen beiden Schraubenspindeln die Schnur recht schraff an. Die Vorsicht, keine längeren als 7 oder 8 Lachter langen Schnüre zu ziehen, fällt hier weg, indem sich die längste Schnur in der verticalen Richtung ganz schraff spannen läßt. Nun wird die flache Schnur vom obern Seigerpuncte an behutsam mit der Lachterkette gemessen und es giebt die Anzahl der Kettenzüge multiplicirt mit der Anzahl der Lachter, welche die Lachterkette hat, die Größe der seigern Linie oder der flachen Schnur: z. B. wäre die ganze Lachterkette **7** Lachter lang und hätte man 20 Kettenzüge gemacht, so ist die seigere Linie $20 \times 7 = 140$ Lachter lang.

Wäre aber bloß der obere Seigerpunct gegeben und man sollte den unteren erst bestimmen, so hält man an den obern Punct eine gehörig lange Schnur, die mit einem Senkblei versehen ist, läßt sie frei hangen, und damit sie nicht lange schwanke, läßt man das mit dem Senkblei versehene Ende der Schnur in ein mit Wasser gefülltes Gefäß spielen. Das Senkel giebt nun den unteren Seigerpunct an, wo also eine Spreitze eingeschlagen

und nach früherer Art die Entfernung beider Seigerpuncte bestimmt werden kann.

Wäre endlich der untere Seigerpunct gegeben und der obere erst zu bestimmen, so hält man das obere Ende der mit dem Senkblei versehenen Schnur in der Gegend, wo man den oberen Seigerpunct vermuthet, und läßt beim unteren Seigerpuncte einen Gehülfen stehen. Nun bewegt man die Schnur so lange hin und her, bis das Senkblei den unteren Seigerpunct berührt und der untere Gehülfe „gut" zuruft. Der Gehülfe dirigirt den obenstehenden Markscheider bei den Bewegungen der Schnur, indem er demselben nach Bedürfniß entweder „rechts" oder „links", „gerad aus" zuruft, bis das Senkblei in dem untern gegebenen Seigerpuncte eintrifft, wodurch sich somit der obere Seigerpunct ergiebt, worauf, wie früher gesagt wurde, verfahren wird.

Einen Punct in einer seigeren Linie erst bestimmen, wenn der andere gegeben ist, nennt der Markscheider eine Linie abseigern.

Anmerkung. Ein Schacht ist eine, gewöhnlich parallelepipedische Oeffnung, die von der Erdoberfläche das Gebirg herab gegraben wird. Diese Oeffnung hat entweder den Zweck, daß die Bergleute in Kübeln oder auf einem Sattel in die untern Gruben herabfahren, oder auf Fahrten, d. i. Leitern herabsteigen können. Oder es wird diese Oeffnung gemacht, um Erze oder nichtmetallisches Gestein an Tag zu fördern, und es heißt im letztern Falle diese Oeffnung ein Förderschacht, so wie sie im ersten Falle ein Fahrschacht genannt wird. Endlich kann diese Oeffnung den Zweck haben, aus den Gruben durch Wasserhebungsmaschinen Wasser an Tag zu schaffen, und dann ist es ein Kunstschacht. Die obersten Ränder eines Schachtes auf der Erdoberfläche nennt man die Hängebank des Schachtes.

§. 34.

Es ist der Neigungswinkel einer flachen Linie ab, Fig. 21, anzugeben.

Auflösung. Zuerst spanne man in der Richtung ab eine Schnur nach §. 32 schraff an, hänge in der Mitte derselben den Gradbogen §. 26 auf und observire,

beobachte den Winkel, welchen das am Gradbogen hängende Loth cg vom Nullpuncte des Gradbogens abschneidet; es ist dies nach der Figur der Winkel cgo, dieser giebt die Neigung der flachen Linie ab gegen die gedachte Sohle af oder es ist $\sphericalangle x = \sphericalangle cgo$; denn es ist, wenn man sich das Loth cg bis zur Sohle verlängert denkt das Dreieck acm ein rechtwinkeliges, wo also $x + 5 =$ rechten $\sphericalangle$, ebenso ist $5 + cgo =$ recht $\sphericalangle$ nach der Construction des Gradbogens, also auch $x + 5 = 5 + cgo$ oder $x = cgo$. Wäre z. B. der Bogen $cg = 42^o$, so ist dies die Neigung der flachen Linie.

Würde sich die flache Linie ab in einem Saalbande des Ganges, oder auch parallel mit den beiden Saalbändern befinden, d. i., wäre sie die Fallungslinie einer Lagerstätte (§. 19), so wäre das Fallen der Lagerstätte 42°.

Könnte wegen Hindernisse der Gradbogen nicht in der Mitte der flachen Schnur aufgehangen werden, so wird er an beiden Enden a und b der Schnur aufgehangen, jedesmal wird der Winkel observirt, und man nimmt dann das arithmetische Mittel aus beiden beobachteten Winkeln zum Neigungswinkel an, z. B. man hätte bei a gefunden 23°, bei b aber 24°, so ist der wahre Neigungswinkel $\frac{23^o + 24^o}{2} = 23^o\ 30' = 23\frac{1}{2}$, (§. 26).

Steht man beim Gradbogen so, daß man mit dem Rücken gegen den Anfangspunct a der flachen Linie gekehrt ist, und ist das Loth cg am Kreisbogen vor dem Mittelpuncte, so steigt die flache Schnur wie in der Figur; ist aber das Loth hinter dem Mittelpuncte, so fällt die flache Schnur; steht das Loth genau auf dem Nullpuncte, so ist kein Fallen oder Steigen der flachen Schnur vorhanden, d. i., sie giebt die Richtung einer söhligen Linie an; ist endlich das Loth auf 90°, so ist die flache Schnur seiger.

Der Anfänger in der Markscheidekunst soll sich üben, um die Neigungen anzugeben, ohne erst die Schnur ausspannen zu lassen, indem er den Durchmesser nk des Gradbogens auf den Zeigefingern ruhen läßt und denselben parallel mit der gedachten flachen Linie oder der Fallungslinie einer Lagerstätte hält.

§. 35.

Es ist das Streichen einer flachen Linie **ab**, Fig. 22, in Hinsicht ihres Anfangspunctes zu bestimmen.

Auflösung. In der Richtung der flachen Linie **ab** spanne man die Schnur recht schraff an und hänge in der Nähe des Anfangspunctes **a** den Hängecompaß so auf, daß der Nordpunct **N** der zwölften Stundenlinie **NS** nach dem Endpuncte **b** gekehrt ist. Ist dies der Fall, so ist auch die zwölfte Stundenlinie im Compaß und die flache Linie in einer Seigerebene, weil sie genau über einander liegen; ferner ist auch die Linie **NS** nach der Einrichtung und Construction des Hängecompasses in einer genauen söhligen Ebene und es ist nach §. 18 der söhlige Winkel, welchen die Magnetnadel **N'S'** mit der zwölften Stundenlinie **NS** macht, der Streichwinkel oder das Streichen der flachen Linie oder Schnur. Man schaue daher, zwischen welchen Weltgegenden die Nordspitze der Magnetnadel einspielt und in welcher Stunde und Theilen dieselbe einhakt, z. B. sie befinde sich zwischen **S** und **O** auf der Stunde 8, so wäre das Streichen **SO** Stunde 8 (Südost).

§. 36.

Es wird Jedermann aufgefallen sein, daß man in der letzten Aufgabe als Streichen den Winkel annahm, welchen die ruhig gewordene Nordspitze der Magnetnadel mit der zwölften Stundenlinie bildet, da doch, nach §. 18, zum Streichen die Mittagslinie erfordert wird und Beobachtungen zeigen, daß die Richtung der Magnetnadel von der Richtung der eigentlichen Mittagslinie eines Ortes abweiche. Es muß also auch der nach dem vorigen §. observirte Streichwinkel der flachen Linie von dem wahren Streichen verschieden sein. Dies ist allerdings wahr, und wie man aus dem observirten Streichen das wahre Streichen findet, wird sich aus Folgendem leicht ergeben.

Die Richtung der sich um den Mittelpunct **c** frei bewegenden und ruhig gewordenen Magnetnadel nennt man den magnetischen Meridian, zum Unterschiede von dem astronomischen oder der Mittagslinie, mit wel-

chem der erstere einen Winkel macht, welchen man die Abweichung oder Deklination nennt.

Nur an wenigen Stellen der Erde fällt der magnetische Meridian mit der Mittagslinie zusammen, d. i. nur an wenigen Orten zeigt die Nordspitze der Magnetnadel genau nach Norden. Angenommen, es sei in Fig. 23 die Linie N'S' die nach §. 14 gezogene Mittagslinie: legt man die zwölfte Stundenlinie einer Boussole auf dieselbe genau an, so ist NS die Richtung der Magnetnadel und der Winkel N'CN die Deklination, welche für denselben Ort in verschiedenen Zeiten sich ändert. Gegenwärtig ist für Europa diese Abweichung westlich und der Winkel N'CN ist — für Böhmen — gegen 15° 15'. Es müssen also wegen dieser westlichen Abweichung der Magnetnadel alle nach dem vorigen §. observirten Streichwinkel einer flachen Linie zu groß sein, und zwar, wenn 15° 15' die wirkliche Deklination der Magnetnadel für einen Ort und für eine bestimmte Zeit gefunden wäre, müßte eben diese Deklination vom beobachteten Streichen subtrahirt werden, um das wahre oder sogenannte reduzirte Streichen zu erhalten.

Der Markscheider nennt die Abweichung oder Deklination der Magnetnadel das Streichen der Mittagslinie.

Um das Streichen der Mittagslinie zu erhalten, ziehe man, nach §. 14, die Mittagslinie. An diese Mittagslinie lege man die Zulegeplatte des Zulegecompasses genau so an, daß die zwölfte Stundenlinie NS des Instrumentes mit der gezogenen Mittagslinie parallel laufe und daß der Punct N gegen den Nordpunct der Mittagslinie gekehrt sei. Die Nordspitze der Magnetnadel und N der zwölften Stundenlinie schließen nun den Bogen des Randes ein, welcher das Streichen der Mittagslinie für den Ort und für diese Zeit angiebt. Da diese Abweichung der Magnetnadel oder das Streichen der Mittagslinie sich nicht nur in verschiedenen Zeiten, Perioden, sondern auch selbst in einem und demselben Tage ändert, so sollte auch auf diese tägliche Aenderung Rücksicht genommen werden; doch sind diese täglichen Aenderungen als bloße Störungen der mittleren Richtung der Magnetnadel anzusehen und unbedeutend, weßwegen man nur auf die periodischen, in verschiedenen Zeiten beobachteten Ab-

weichungen Rücksicht nimmt. Der Markscheider untersuche das Streichen der Mittagslinie besonders an jenen Tagen, wo er Messungen vorzunehmen hat, und er soll zu diesem Behufe an einem sichern Orte eine genau gezogene Mittagslinie haben. z. B. Es sei das Streichen der Mittagslinie für einen Ort $1^h \frac{1}{4}$ m = 15° 18′ 45″ und das observirte Streichen einer flachen Linie **SO**, $11^h 1\frac{1}{4}$ m = 167° 11′ 15″, so ist das wahre oder reducirte Streichen wegen der gegenwärtigen westlichen Abweichung $11^h 1\frac{1}{4}$ m — $1^h \frac{1}{4}$ m = 167° 11′ 15″ — 15° 18′ 45″ = 151° 52′ 30″ = 10^h 1 **SO**. Oder es sei bei demselben Streichen der Mittagslinie das beobachtete Streichen, nach dem Compaß, einer Linie **SW** $2^h \frac{2}{4}$, so ist das reducirte Streichen dieser Linie $2^h \frac{2}{4}$ — $1^h \frac{1}{4}$ m = 30° 56′ 15″ — 15° 18′ 45″ = 15° 37′ 30″ = $1^h \frac{1}{4}$ p. **SW**. Wegen der Reductionen der Stunden und ihrer Theile auf Grade siehe §. 27.

§. 37.

Es ist die Lage einer Lagerstätte, z. B. eines Ganges, anzugeben.

Auflösung. Weil die Lage einer Lagerstätte durch das Fallen und Streichen derselben bestimmt wird, so bestimme man, nach §. 34, zuerst das Fallen der Lagerstätte dadurch, indem man in einem Saalbande derselben, z. B. im Hangenden mittelst eines Lineales eine gerade Linie vorzeichnet, welche parallel läuft zu einer in der Mitte zwischen beiden Saalbändern gedachten Linie, so hat man die Fallungslinie der Lagerstätte (§. 19). An diese Fallungslinie hält man, nach Anweisung §. 34, mit den Zeigefingern den Gradbogen und bestimmt so die Neigung oder das Fallen (Einschießen) der Lagerstätte, z. B. das Senkel des Gradbogens zeige 10° Fallen.

Um das Streichen der Lagerstätte zu erhalten, muß vor Allem die Streichungslinie der Lagerstätte gezogen werden, und da diese, nach §. 19, mit der Fallungslinie in der Ebene des Saalbandes einen rechten Winkel machen muß, so bedient man sich der gewöhnlichen Setzwage, oder auch eines hölzernen, rechtwinkeligen Dreieckes, um an die schon gezogene Fallungslinie unter einem rechten Winkel die Streichungslinie in dem Hangenden der La-

gerstätte zu ziehen. Hierauf hält man die zwölfte Stundenlinie des Hängecompasses genau in dieselbe Seigerebene mit der angezeichneten Streichungslinie so, daß der Stundenring des Compasses sich in einer söhligen Lage befindet, und daß der Punct N der zwölften Stundenlinie gegen Nord gekehrt ist. Nun beobachtet man, zwischen welchen Weltgegenden im Compaß die Magnetnadel einspielt, und welche Stunde und Theile derselben dieselbe anzeigt, sobald sie nicht mehr schwankt. Man erhält so das observirte Streichen der Lagerstätte und kann das reducirte erhalten, wenn man das nach dem vorigen §. bekannte Streichen der Mittagslinie hiervon subtrahirt.

Da Fallen und Streichen der Lagerstätte bekannt sind, so ist auch die Lage der Lagerstätte in der Gegend, wo man das Anzeichnen der Fallungs- und Streichungslinie vorgenommen hat, bestimmt.

Um die Fertigkeit zu erlangen, das Fallen mit dem Gradbogen und das Streichen mit dem Hängecompaß in den Händen mit hinreichender Genauigkeit anzugeben, ist Uebung nöthig, deren sich der Anfänger besonders befleißigen muß. Die Gänge werden in Hinsicht ihres Fallens und Streichens verschiedentlich eingetheilt, und zwar: ein stehender Gang hat 80° Fallen und darüber, sein Streichen ist zwischen der 12ten und 1ten Stunde, oder in Graden ausgedrückt zwischen 180° und 195°; ein flacher Gang hat 20° bis 50° Fallen, und sein Streichen ist zwischen der 9ten und 12ten Stunde; ein Spatgang ist derjenige, dessen Streichen zwischen der 6ten und 9ten Stunde und ein Morgengang, dessen Streichen zwischen der 3ten und 6ten Stunde ist. Bei einem Schachte nennt man auch die Neigung desselben gegen die Horizontalebene oder das Fallen die Donnlage des Schachtes, so wie die gemessene Größe der flachen Linie des ganzen Schachtes die flache Teufe desselben.

§. 38.

Hat man die Lage mehrerer, in verschiedenen Seigerebenen liegender, flacher Linien, die mit einander zusammenhängen, zu bestimmen, so sagt man, man habe diese Linien abzuziehen. Beim Abziehen einer flachen Linie müssen 4 Stücke bestimmt werden, nämlich die Größe

der flachen Linie, ihre Neigung, die Weltgegend, wohin sie sich streckt und ihr Streichen. Diese erhaltenen 4 Stücke einer flachen Linie nennt man einen **Markscheiderwinkel**. Die Markscheiderwinkel werden in Rubriken eines eigenen Buches eingetragen, welches man das **Winkelbuch** nennt. Man siehe zu Ende des folgenden §. Das Eintragen der 4 Stücke einer flachen Linie in die Rubriken des Winkelbuches nennt man das **Einschreiben** der Markscheiderwinkel.

Mehrere Markscheiderwinkel, welche zusammen gehören, nennt man einen **Markscheiderzug**, wobei **Gruben**- und **Tagezüge** unterschieden werden, je nachdem das Abziehen unter Tage oder auf der Erdoberfläche über Tage verrichtet worden ist.

§. 39.

Das Verrichten eines Grubenzuges und Einschreiben der Markscheiderwinkel besteht im Wesentlichen im Folgenden:

1) Man schreibe über die Rubriken des Winkelbuches den Zweck und die Zeit der Aufnahme, ferner den Namen der Grube und den **Anhaltspunct**, d. i. den Punct, von welchem an die Messung oder das Abziehen vorgenommen wurde. Doch wähle man einen solchen Punct zum Anhaltungspuncte, der nicht leicht verrückt oder zerstört werden kann, z. B. eine Jahresstufe, oder man lasse in das Gestein oder vorhandenes Zimmerwerk ein Zeichen einhauen. Ist ein fixer Punct zwar vorhanden, aber etwas von dem eigentlichen Anhaltungspuncte des Grubenzuges entfernt, so macht dies dem Zwecke des Zuges keinen Eintrag, wenn man diesen fixen Punct zum Anfangspuncte macht und eine oder einige flache Schnüre mehr zieht. Um doch theilweise die Verrichtung eines Grubenzuges zu versinnlichen, sei in Fig. 25 **a** die Jahrestafel 1836 und der Anhaltungspunct des Grubenzuges.

2) Vom Anhaltungspuncte an wähle man solche Puncte **b**, **c**, **m**, **n**, **p** u. s. f., die von einander höchstens 7 bis 8 Lachter entfernt sind, damit, wie schon §. 32 bemerkt wurde, sich die Schnüre in ihrer Mitte nicht senken. Diese Puncte **b**, **c**, **m** u. s. w. wählt man an der

Oberfläche eines Thürstockes, Steges oder andern Zimmerwerkes, oder man läßt quer über den Gang eine Spreitze in die Erde schlagen. Es ist zu bemerken, daß diese Puncte nicht in einerlei Saalband, sondern abwechselnd auch dann und wann im Hangenden des Lagers liegen können; ist aber der Zweck der Aufnahme eine richtige und genaue Bestimmung der Lage eines Grubengebäudes, so ist anzurathen, diese in demselben Saalbande anzunehmen. Nach der Wahl dieser Puncte schraubt man in alle Puncte **a**, **b**, **c** u. s. f. Markscheiderschrauben so ein, daß ihre messingenen Spindeln höchstens einen Zoll über der Fläche, in welche sie eingeschraubt werden, hervorstehen.

3) In die Schraube **a** hängt man das Oehr oder die Schlinge der Schnur, zieht dieselbe über die zweite Spindel **b** so schraff als möglich an, umwickelt sie um diese zweite Schraubenspindel einigemal, zieht weiter die Schnur über die Spindel der dritten Schraube **c**, zieht sie schraff an, umwickelt sie etliche Mal um die Spindel **c** und zieht auf diese Art die folgenden flachen Schnüre **cm**, **mn**, **np** u. s. f. und erhält einen Zusammenhang von mehreren flachen Linien oder Schnüren. Man kann, wenn die Schnur z. B. 50 Lachter lang ist und die Größe der einzelnen flachen Schnüre zu 6 Lachtern genommen wird, wenigstens 8 solche flache Schnüre oder Linien erhalten. Um schneller operiren zu können, muß man mit 2 Schnüren versehen sein, die an einander angeschlossen werden und man erhält auf diese Art 16 flache Schnüre. Zur schnelleren Manipulation sind auch 2 Gehülfen nöthig, welche das Fortziehen und Wiederaufwickeln der Schnüre auf die Rollen besorgen.

4) Ist das Aufspannen der Schnüre besorgt, so fängt die eigentliche Messung damit an, daß man mit der Lachterkette den seigern Abstand zwischen der Sohle und dem Anhaltungspuncte des Zuges, nämlich die seigere **ag** mißt, z. B. sie betrage 8 Zehntellachter. Man trägt dies ins Winkelbuch ein, indem man in die erste Rubrik schreibt: st., d. i. steigt, daneben: 90° und in die letzte Rubrik: von Sohle bis Schraubenpunct. Siehe das Formular.

5) Vom Anhaltungspuncte **a** wird die Größe der ersten flachen Schnur **ab** mit der Kette nach §. 32 gemessen, sie sei 5 Lachter 8 Zehntelltr. 4 Zoll, oder 5·84

Ltr. lang; man schreibt diese Größe der flachen Schnur in's Winkelbuch ein. Zum Messen der einzelnen flachen Schnüre muß der Markscheider einen besonders abgerichteten Kettenzieher haben, der noch mit einem andern Gehülfen manipulirt.

6) Der Kettenzieher oder Markscheidergehülfe bestimmt nun die Mitte der gemessenen flachen Schnur **ab**; der Markscheider hängt in dieser Mitte den Gradbogen auf, bestimmt den Neigungswinkel, z. B. 6°, und trägt diesen Winkel in die Rubrik des Winkelbuches: Neigung der flachen Schnur — ein, mit der vorausgesetzten Bemerkung: st., weil die flache Schnur steigt.

7) Hierauf bestimmt der Markscheider in Bezug auf den Anhaltungspunct **a** das Streichen der flachen Schnur **ab** mit dem Hängecompaß nach §. 35 und schreibt die Weltgegend, z. B. **SO** und das observirte Streichen 9 Std. 5 in das Winkelbuch ein. Somit ist der erste Markscheiderwinkel bestimmt und eingeschrieben.

8) Auf dieselbe Weise werden nach den 3 zuletzt gegebenen Regeln die folgenden flachen Schnüre behandelt und die einzelnen Markscheiderwinkel, wie sie auf einander folgen, in die Rubriken des Winkelbuches eingetragen. Man siehe das Formular des Winkelbuches. Die dritte flache Schnur **cm** fällt daher bei Angabe des Neigungswinkels in der Rubrik: fl. (fällt).

9) Bei den einzelnen flachen Schnüren bemerke man im Winkelbuche in der Rubrik: Anmerkung Alles, was den Zweck des Zuges angeht, so wie alle bemerkenswerthe Gegenstände, z. B. Markscheide- und Jahresstufen, das Fallen und Streichen übersetzender Gänge, die mit jenem, wo man operirt, in Verbindung stehen, wie in der Fig. bei **M** ein seiger fallender Gang; man bemerke, ob die Gänge, in welchen der Zug verrichtet wird, Morgen-, Spat-, flache oder stehende Gänge sind; schreibe die Namen der Gänge, welche mit dem Hauptzuge in Verbindung stehen, gehörig auf u. s. w.

10) Hat man, nach 3, zwei wenigstens 50 Lachter lange Schnüre ziehen lassen und ist man mit dem Abziehen der ersten Schnur fertig, so wird dieselbe, während man bei den einzelnen flachen Schnüren der zweiten Schnur manipulirt, von einem der beiden Gehülfen von den Schraubenspindeln losgemacht und von dem andern auf die leere

Rolle aufgewickelt, die Markscheiderschrauben werden herausgeschraubt und es wird in dem Endpuncte der zweiten Schnur das Oehr oder die Schlinge der auf die Rolle gewickelten ersten Schnur eingehängt, worauf nach 2 die Schnur abgewickelt und über neue Puncte gespannt wird. Auf diese Weise werden nun die beiden Schnüre wechselweise auf- und abgewickelt, es wird dadurch beträchtlich an Zeit gewonnen.

11) Man richte bei Bestimmung der Puncte **b, c, m** u. s. f. sein Augenmerk vorzüglich darauf, daß man in Entfernungen von gegen 50 Lachtern unverrückbare, fixe Puncte, wie beim Anhaltungspuncte des Zuges, erhalte. Diese Vorsicht gewährt den großen Vortheil, daß, wenn ein Fehler vorgekommen ist, man nicht erst vom Anfange den Zug zu wiederholen braucht, sondern nur jene Strecke vornimmt, wo man den Fehler vermuthet. Ferner können an diese fixen Puncte des Hauptzuges, wenn der Fall vorkommt, sehr leicht Nebenzüge angereiht werden.

Bei diesen fixen Puncten muß aber immer, wie beim Anhaltungspuncte, verfahren werden, d. i., man mißt mit der Kette die Seigerlinie vom Boden, wo man steht, bis zum Schraubenpunct und schreibt die Größe der Seigerlinie, wie in 4 gesagt wurde, in das Winkelbuch ein, mit der Anmerkung: von Sohle bis Schraubenpunct.

12) Soll bei einem Grubenzuge Genauigkeit erzielt werden, so muß man, wenn man bei dem Endpuncte des Zuges angelangt ist, den ganzen Grubenzug in verkehrter Richtung wiederholen, d. i., alle Markscheiderwinkel, vom Endpuncte gegen den Anfangspunct zu, noch einmal bestimmen; jedoch muß man dieselben fixen Haupt- und Zwischenpuncte bei dem zweiten Abziehen nehmen, die beim ersten Zuge angenommen wurden, um die Richtigkeit beider Messungen vergleichen und etwaige Abweichungen verbessern zu können. Man sagt in einem solchen Falle: man habe einen Zug und Gegenzug verrichtet. Bevor man aber diesen Gegenzug unternimmt, muß man im Endpuncte des Grubenzuges, wie im Anfangspuncte, oder wie bei den fixen Puncten, die Seigerlinie von der Sohle bis zum Schraubenpuncte bestimmen und nach 4 ins Winkelbuch eintragen.

Bayerische Staatsbibliothek München

Formular eines eingeschriebenen Grubenzuges.

Neigung der flachen Schnur		Größe der flachen Schnur	Streichen nach dem Compaß			Anmerkungen.
steigt oder fällt	Grade und Theile	Lachter	Weltgegend	Stunde	Theile	Das Streichen der Mittagslinie ist $1^h \frac{1}{4}$ m:
steigt	90	0·8	. .	. .	. .	Der Anhaltungspunct war am Jacobs-Gange bei der Jahrestafel 1836. von Sohle bis Schraubenpunct.
steigt	6	5·84	S O	9	5	
steigt	$2\frac{3}{4}$	4·842	S O	8	$3\frac{1}{4}$	
fällt	$30\frac{1}{4}$	4·5	S O	6	$4\frac{3}{4}$	
steigt	$2\frac{1}{2}$ p.	6·43	S O	7	. .	im Hangenden die Jahrestafel 1847.
steigt	$2\frac{3}{4}$ p.	5·8	S O	7	$5\frac{3}{4}$	bei M der seigerfallende Franzens-Gang.
. . .	. . .	. . .	. .	. .	. .	

Bayerische Staatsbibliothek München

§. 40.

Schon §. 30 wurde gesagt, daß der Hänge- oder Grubencompaß in Eisenerzgruben nicht gebraucht werden kann. Ist ein Zug in solchen Gruben zu thun, so werden bei Bestimmung des Streichens der einzelnen flachen Schnüre 2 Eisenscheiben §. 30 gebraucht, und man befolge in dieser Hinsicht folgende Regeln:

1) Man wähle den Anhaltungspunct **a**, Fig. 25, wie im vorigen §., sehe jedoch, daß der Anhaltungspunct ein solcher sei, daß man das Streichen der ersten flachen Schnur mittelst des Hängecompasses mit Genauigkeit erhalten kann, also etwas entfernt von der Eisenerzgrube, wenn es thunlich ist, weil man nach diesem ersten mit dem Hängecompaß gefundenen Streichen das Streichen der folgenden flachen Schnüre mittelst der Eisenscheiben regulirt und findet. Nach der Wahl eines solchen Punctes bestimme man die seigere **ag** mittelst der Meßkette und trage nach §. 39:4:die Größe in's Winkelbuch ein:

2) Die folgenden End- und Anfangspuncte **b, c, m** u. s. f. werden ebenfalls in nicht größeren Entfernungen, als 7 oder höchstens 8 Lachter von einander gewählt, in ihnen etwas größere Hölzer eingeschlagen, wobei darauf gesehen werden muß, daß die Oberfläche des eingeschlagenen Holzes ziemlich eine horizontale Lage habe. Auf die Fläche der etwas größeren Spreitze in **b** wird die erste Eisenscheibe mit etwas kleineren Markscheiderschrauben festgeschraubt, jedoch so, daß die 12. Stundenlinie **NS** der Eisenscheibe mit dem Nordpuncte **N** nach dem Endpuncte des Zuges gerichtet sei.

3. Hierauf hängt man auf die erste Schraubenspindel in **a** die Schlinge der Schnur, zieht dieselbe über den Haken des Lineales (der Regel), das sich um den Mittelpunct der Scheibe drehen läßt, schraff an, umschlägt sie einigemal um den Haken, und so ist die Schnur zwischen dem Anfangspuncte **a** und zwischen der Eisenscheibe in **b** gespannt. Nun hängt man im Anhaltungspuncte **a** den Hängecompaß auf und bestimmt das Streichen, wie im vorigen §. gesagt wurde. Man fände z. B. **SO** 9 Stde. 5, so trägt man diese Stücke in's Winkelbuch ein.

4) Die Größe und Neigung der flachen **ab** wird ebenfalls nach früherer Methode bestimmt und beides in die Rubriken eingeschrieben.

5) Nun stellt man den Zeiger der ersten Eisenscheibe in **b** auf jene Weltgegend und jene Stunde und Theile derselben, die man im Anhaltungspuncte **a** mit dem Hängecompaß obſervirt hat; man sagt, daß die Eisenscheibe orientirt wird. Nach dem frühern Streichen müßte also der Zeiger der Eisenscheibe in den Quadranten **S O** in der 9. Stde. auf 5 Achteltheile gestellt werden.

6) Man macht die Schnur vom Anhaltungspuncte los, während das andere Ende der Schnur am Haken der Regel der ersten Eisenscheibe in **b** verbleibt. Die Schnur wird nach dem folgenden Puncte **c** überschlagen, wo man nach 2 die zweite Eisenscheibe anschrauben ließ. Die gegen **c** überschlagene Schnur wird über den Haken der Regel der zweiten Eisenscheibe gezogen und straff gespannt. Durch dieses Anziehen und Anspannen der Schnur dreht sich aber die innere messingene Scheibe der ersten Eisenscheibe in **b** und der Zeiger zeigt die Weltgegend und das Streichen der zweiten flachen Schnur **bc** an und man kann selbe in das Winkelbuch einschreiben.

7) Man bestimme auf die gewöhnliche Art die Größe und Neigung von **bc** und trage die erhaltenen Stücke in die Rubriken ein.

8) Die zweite Eisenscheibe in **c** wird nun nach der ersten in **b** orientirt, d. i., man stellt den Zeiger auf jene Weltgegend und Stunde und Theile der letztern, welche der Zeiger der ersten Scheibe in **b** zeigt.

9) Hierauf macht man die erste Eisenscheibe in **b** los, wählt eine passende Entfernung bis **m** und schraubt sie hier auf die Fläche der horizontalen Spreitze mittelst derselben kleineren Markscheiderschrauben so an, daß der Punct **N** der zwölften Stundenlinie gegen den Endpunct des Zuges gekehrt ist und befolgt weiter das unter 6, 7 und 8 gegebene Verfahren. Auf diese Weise wird also jede folgende Eisenscheibe durch die vorausliegende orientirt und durch das Umschlagen der Schnur auf die entgegengesetzte Seite zeigt die Scheibe den Streichwinkel der auf diese Seite gespannten Schnur an.

10) Es ist wohl von sich selbst einleuchtend, daß während des Zuges die im vorigen §. unter 9, 11, 12

und 13 gegebenen Bemerkungen auch bei dem Operiren mit den Eisenscheiben zu berücksichtigen sind. Auch ist klar, daß die Eisenscheibe nur dann zu gebrauchen sei, wenn dies wirklich nöthig ist, und daß man sich nur guter, richtig construirter Scheiben bedienen solle, weil eine nicht genau construirte Scheibe zu großen Fehlern Veranlassung giebt, die sich, wenn der Grubenzug nur etwas größer ist, so anhäufen, daß man die unrichtigsten Resultate erhält.

§. 41.

Es ist bereits §. 21 und 22 erwähnt worden, daß der Markscheider die Sohle, Seigerteufe, Länge und Breite einer flachen Linie nur aus der Rechnung findet. Diese Stücke findet der Markscheider aber nur dann, wenn ihm die Größe, Neigung und das wahre oder reducirte Streichen §. 36 dieser flachen Linie bekannt ist, was er nach dem Vorausgegangenen durch unmittelbare Messung und Beobachtung bestimmen kann. Wenn nun aus der gegebenen Größe, Neigung und dem wahren Streichen einer flachen Linie oder Schnur ihre Sohle, Seigerteufe, Länge und Breite berechnet werden, so nennt man dies den Markscheiderwinkel berechnen und werden die Markscheiderwinkel eines ganzen Zuges berechnet, so sagt man, es werde ein Markscheiderzug berechnet. Um die Art und Weise der Berechnung zu zeigen, sei Fig. 13 **ab** die mit der Kette gemessene flache Linie oder Schnur; Winkel **bac** oder die Neigung sei nach §. 36 bestimmt und der söhlige Winkel **cam** sei das wahre oder reducirte Streichen. Es sind hier die Länge **cm** = **an**, die Breite **cn** = **ma**, die Sohle **ac** und die Seigerteufe **bc** der flachen Schnur **ab** zu berechnen.

1) Man hat in dem rechtwinkeligen Dreiecke **bca** nach dem Fundamentalsatze der Trigonometrie, daß sich die Seiten eines Dreieckes zu einander verhalten, wie die sinus der ihnen gegenüber liegenden Winkel, die Proportion

ab : bc = sin. ∢ bca : sin. ∢ bac, der sinus des rechten Winkels **bca** = 1, somit auch **ab : bc = 1 : sin. ∢ bca**, woraus

bc = ab · sin. ∢ bac, oder
die Seigerteufe ist gleich der Größe der flachen Schnur multiplicirt mit dem sinus ihres Neigungswinkels.

Zu wirklichen Berechnungen kann man mit Vortheil benützen: Logarithmisch-trigonometrische Tafeln von Moritz Rühlmann. Dresden und Leipzig. 1840, wo schon die Sinus und andere trigonometrischen Linien für den Halbmesser 1 von 10 zu 10 Grad berechnet vorkommen und man nicht erst genöthigt ist, Logarithmen zu Hülfe zu nehmen. Oder man gebrauche bei diesen Berechnungen folgende zur Rechnung bequemste Tafeln, ohne erst die trigonometrischen Functionen zu Hülfe zu nehmen: Tafel zur Berechnung der Seigerteufe und Sohle für die flache Schnur = 1. Verfaßt von D. F. Hecht. Freiberg, bei Craz und Gerlach. Tafel zur Berechnung der Länge und Breite für die Sohle = 1, von Hecht. Freiberg, bei Craz und Gerlach. Um nach den Tafeln von Hecht die Seigerteufe einer flachen Schnur zu finden, multiplicirt man die in den Tafeln bei dem gehörigen Neigungswinkel stehende Seigerteufe mit der gemessenen flachen Schnur, und das Product giebt schon die Seigerteufe der gemessenen flachen Schnur.

1) Um die Sohle ac zu berechnen, hat man die Proportion

ab : ac = sin. ∢ bca : sin. ∢ cba, da aber sin. ∢ bca = 1 und sin. ∢ cba = cosin. ∢ bac, so ist auch

ab : ac = 1 : cosin. ∢ bac, woraus ac = ab . cosin. ∢ bac, d. i., die Sohle wird gefunden, wenn man die Größe der flachen Schnur mit dem cosinus des Neigungswinkels multiplicirt.

3) Für die Länge mc hat man im söhligen, rechtwinkeligen Dreiecke cma

mc : ac = sin. ∢ cam : sin. ∢ cma oder

mc : ac = sin. ∢ cam : 1, woraus mc = ac . sin. ∢ cam, oder die Länge wird gefunden, wenn man die schon berechnete Sohle mit dem sinus des reducirten Streichungswinkels multiplicirt.

Nach einer andern Berechnungsformel hat man für die Länge, ohne erst die Sohle berechnet zu haben

mc = ab . sin. ∢ cam × cosin. ∢ bac, d. i., die Länge ist auch gleich dem Producte aus der Größe

der flachen Schnur, des Sinus des Streichungs= und des Cosinus des Neigungswinkels.

4) Endlich hat man für die Breite cn im rechtwinkeligen Dreiecke cma

$ma : ac = \sin. \sphericalangle\, mca : \sin. \sphericalangle\, cma$ oder da $\sin. \sphericalangle\, mca = \cos. \sphericalangle\, cam$ und $\sin. \sphericalangle\, cma = 1$,

$ma : ac = \text{cosin}. \sphericalangle\, cam : 1$, woraus $ma = ac\,.\,\text{cosin}. \sphericalangle\, cam$ oder da $ma = cn$, ist auch $cn = ac\,.\,\text{cosin}. \sphericalangle\, cam$;

die Breite wird daher berechnet, wenn man die gefundene Sohle mit dem cosinus des reducirten Streichungswinkels multiplicirt.

Ohne erst die Sohle zu wissen, kann man die Formel benützen:

$$cn = ab \times \text{cosin}. \sphericalangle\, cam \times \text{cosin} \sphericalangle\, bac.$$

Durch ein Beispiel wird dies deutlicher werden.

Es sei die Größe der flachen Schnur 3 Lachter 8 Zehntelltr. 4 Primen = 3·84 Ltr.; die Neigung 8°; das Streichen nach dem Compaß SW 4 Std., $7\frac{3}{4}$ m; das Streichen der Mittagslinie 1 Std., $\frac{1}{4}$ m; man soll den Markscheiderwinkel berechnen. — Vor Allem drücke man das observirte Streichen und das Streichen der Mittagslinie in Graden aus. Es ist das Streichen 4 St., $7\frac{3}{4}$ m = 60° + 13° 7′ 30″ + 1° 24′ 22″ 30‴—9′ 22″ 30 = 74° 22′ 30″. Das Streichen der Mittagslinie 1 Std., $\frac{1}{4}$ m. = 15° + 0° 28′ 7″ 30‴— 0° 9′ 22″ 30‴ = 15° 18′ 45″ Somit ist das wahre oder reducirte Streichen, nach §. 36,

= 74° 22′ 30″—15° 18′ 45″ = 59° 3′ 45″ ebenfalls SW.

Demnach ist nach 1 für die Seigerteufe 3·84 × sin. ∢ 8° = 3·84 × 0·139173 = 0·53442432, wofür 0·5344 Ltr. gesetzt werden kann.

Nach 2 ist für die Sohle = 3·84 × cosin. ∢ 8° =

3·84 × 0·990268 = 3·80262512, wofür 3·8026 Ltr.

Nach §. 3 ist für die Länge

3·8026 × sin. ∢ 59° 3′ 45″ = 38026 × 0·865025 = 3·289344065, wofür 3·289 gesetzt werden kann.

Nach 4 ist für die Breite 3·8026 . cosin. 59° 3′45″ = 3 · 8026 × 0 · 50025 = 1 · 90225065 = 1·902 Lachter.

Da in Fig. 13 $\overline{ac}^2 = \overline{cm}^2 + \overline{ma}^2$, so müßte als Probe auch das Quadrat der Sohle gleich sein der Summe der Quadrate der Länge und Breite, das aber in den seltensten Fällen genau eintrifft, indem diese Linien nicht immer commensurabel, meßbar, sind; jedoch wird der Unterschied in den Decimalstellen sehr klein sein. Im vorliegenden Beispiele ist zu bemerken, daß die Länge 3·289, wegen der Weltgegenden **SW**, wo der Streichungswinkel nach dem Beispiele sich befindet, eine westliche Länge sei, also durch — 3 · 289 ausgedrückt wird §. 22; eben so ist auch die Breite negativ wegen dem Quadranten **SW**.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß das reducirte Streichen, in Graden ausgedrückt, in Rechnung zu nehmen ist.

§. 42.

Um auch die berechneten Stücke eines Markscheiderwinkels mit in das Winkelbuch einzuschreiben, werden in einem vollständigen Winkelbuche nachstehende Rubriken gezogen, welche folgende Ueberschriften haben:

1. Neigung der flachen Schnur, mit 2 Unterabtheilungen,
   a. steigt oder fällt,
   b. Grade und Theile derselben.
2. Größe der flachen Schnur in Decimallachtern.
3. Seigerteufe mit 2 Unterabtheilungen,
   a. steigende,
   b. fallende.
4. Streichen mit 2 Unterabtheilungen,
   a. Streichen nach dem Compaß (obſervirtes),
   b. Streichen nach der Mittagslinie (reducirtes).
5. Die Sohle.
6. Länge, mit 3 Unterabtheilungen,
   a. östliche +
   b. westliche —
   c. abgebraische Summe aus beiden Längen, welche Summe somit bald +, bald — vorgesetzt stehen wird,

je nachdem die Summe der östlichen oder der westlichen größer ist. Es giebt nämlich die abgebraische Summe aller einzelnen Längen zwischen dem Anhaltungspuncte und dem Endpuncte des Zuges die ganze Länge des Zuges, was zu wissen für das Zeichnen oder Zulegen des Zuges nöthig ist. Um am Ende eines Zuges mit der Arbeit nicht überladen zu werden, addirt man nach und nach schon bei jedem Markscheiderwinkel diese positiven und negativen Längen und setzt die Summe jedesmal in diese dritte Abtheilung; dadurch hat man auch den Vortheil, daß man die Länge nicht nur zwischen dem Anhaltungs- und Endpuncte des Zuges, sondern auch zwischen zwei beliebigen Puncten erfahren kann, wenn man die Längensummen beider Puncte von einander subtrahirt.

7. Breite. Ebenfalls mit 3 Unterabtheilungen,

a. nördliche, +

b. südliche, —

c. Summe aus beiden Breiten. Es giebt auch hier die algebraische Summe aus beiden Breiten die Breite des ganzen Zuges an und bei den einzelnen Breiten giebt diese Unterabtheilung die Summe der Breiten vom Anhaltungspuncte bis zu demjenigen Puncte, wo man sich bei dem Abziehen gerade befindet.

§. 43.

Der Grundriß eines Grubenzuges ist die horizontale, nach dem verjüngten Maßstabe entworfene Projection aller in Verbindung stehenden flachen Linien eines Zuges. Denkt man sich Fig. 26 durch den Anfangspunct a mehrerer flacher, in verschiedenen Ebenen liegender, jedoch zusammenhängender Linien ab, bc, cd, de, ef eine söhlige Ebene MP gelegt, ferner aus den Scheitelpuncten aller Winkel b, c, d, e und f seigere Linien bb', cc', dd', ee', ff' auf die söhlige Ebene MP gezogen und endlich diese entstandenen Seigerpuncte c', d', e', f' durch Gerade ac', c'd', d'e', e'f' u. s. f. verbunden, so nennt man die in der söhligen Ebene MP erhaltene gebrochene Linie ab' c' d' e' f' die söhlige Projection oder den Grundriß und wäre a b c d ef ein ganzer Grubenzug, so stellt auch a' b' c' d' e' f' den Riß des ganzen Zuges vor. Man ersieht leicht,

daß die Linien der söhligen Projection, nämlich ab', b'c', c' d' u. s. f. nichts Anderes sind, als die Sohlen der ihnen zugehörigen flachen Linien; so ist ab' offenbar die Sohle der flachen Linie ab; b' c' die Sohle von bc, denn obgleich der Punct b nicht in der söhligen Ebene MP liegt, so kann man sich durch b eine andere söhlige Ebene gelegt denken, die somit mit MP parallel ist, und zieht man in dieser andern durch b gelegt gedachten söhligen Ebene die Sohle zu bc, so wird sie dieselbe Lage und Größe haben, wie b' c', somit ist auch b' c' die Sohle von bc; aus demselben Grunde ist auch c' d' die Sohle von cd, d' e' jene von de u. s. f.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß dem Markscheider die Sohlen der einzelnen flachen Schnüre und ihre Lage gegen einander bekannt sein müssen, wenn er einen verrichteten Zug zulegen soll. Die Sohlen kann er aber nach §. 41 berechnen und durch das Streichen wird die Lage, welche die einzelnen Sohlen zu einander haben, bekannt.

§. 44.

Es soll eine flache Linie zugelegt werden, deren Größe, Neigung und Streichen durch Messung und Beobachtung und deren Sohle, Länge und Breite durch Rechnung gefunden worden; es sei ihre Größe 5·95 Ltr., ihre Neigung 45', das Streichen nach dem Compaß, aber schon in Graden ausgedrückt, SO 141° 48' 45", das Streichen der Mittagslinie 15° 15'. Hieraus findet man zuerst das reducirte Streichen 141° 48' 45"—15° 15' = 126° 33' 45"; die Sohle ist daher nach §. 5·95 cosin. 45' = 5 . 95·999913 = 5·94948235, wofür 5·94 gesetzt werden kann; für die Länge, die nach dem Streichen östlich ist, hat man 5·94 . sin. 126° 33' 45", da aber sin. 126° 33' 45" = sin. (180°—126° 33' 45") = sin. 53° 23' 15", so hat man für die Länge = 5·94 . sin. 53° 23' 15" = 5·94 . 0·8045 = 4·77873 = 4·78; für die Breite, die dem Streichen nach südlich ist, hat man 5·94 . cosin. 53° 23' 15" = 5·94 . 0·5935 = 3·52539 = 3·526; nach diesen vorausgeschickten und berechneten Angaben soll nun die flache Linie zugelegt, d. i., ihre horizontale Projection verzeichnet werden.

Auflösung. Erste Art mittelst des Zulegecompasses (§. 29).

Auf den horizontal gestellten Zulegetisch **MP**, Fig. 27, lege man das zum Zulegen der flachen Linie bestimmte Papier, befestige dasselbe an das Tischblatt mittelst Bleiwürfel oder kleiner Tischlerschrauben **m**, **p**. **o** u. s. f. so, daß es eben und flach aufliege und nicht verrückt werden kann. Nun lege man den Zulegecompaß an einen Punct **a**, lasse die Magnetnadel frei spielen, bis sie ruhig wird; hierauf drehe man die messingene Platte des Zulegeinstrumentes um den Punct **a**, so lange bis die ruhig gewordene Magnetnadel mit der langen Seite der Platte genau eine parallele Lage hat und ziehe sodann an dieser Seite der Platte eine feine Linie **s n**, welche somit mit der Richtung der Magnetnadel ebenfalls parallel ist und die Magnetlinie bildet, wo **n** die Nord- und **s** die Südseite bedeutet. An die Magnetlinie ziehe man im Puncte **a** den Abweichungswinkel **N a n**, d. i., den Streichwinkel der Mittagslinie, der nach der gegebenen Aufgabe 15° 15′ beträgt. Das Verzeichnen dieses Winkels geschieht entweder mittelst eines Transporteurs, eines Sehnenmaßstabes oder am schnellsten mittelst des Zulegecompasses selbst, indem man die zwölfte Stundenlinie desselben mit der langen Seite des Instrumentes mittelst der am Compasse angebrachten Vorrichtung parallel stellt, diese lange Seite des Instrumentes um **a** so lange herumdreht, bis die Achse der freispielenden und ruhig gewordenen Magnetnadel mit der zwölften Stundenlinie des Compasses auf der linken Seite unter **a**, oder auf der rechten oder einen Winkel von 15° 15′ macht, worauf an der langen Seite des Instrumentes die Linie **SN** gezogen wird, welche somit die wahre Mittagslinie ist. Man nennt dies Verfahren das Uebertragen oder Transportiren der Mittagslinie. Im Grunde ist dies Verfahren dasselbe mit jenem in der Feldmeßkunst angewendeten, wenn zu einer Karte die Orientirung, d. i., die Mittagslinie zu finden ist, wenn auf der Karte die Richtung der Magnetnadel aus der vorausgegangenen Meßoperation angedeutet ist.

Nachdem man die wahre Mittagslinie **SN** am Papiere erhalten hat, legt man nochmals die lange Seite des Zulegeinstrumentes mit dem festgestellten Compaß an

den Punct **a** an, drehe die Zulegeplatte so lange um **a**, bis die Magnetnadel mit ihrer Nordspitze in dem Quadranten **SO** 125° 33′ 45″ zeigt, was in Stunden und ihren Theilen ausgedrückt 8 Std. 3⅔ ausmacht und wo die Nordspitze der Magnetnadel im Compasse einhaken muß. Hat man diese Lage des Instrumentes erhalten, so lasse man dasselbe ruhig liegen und ziehe an der langen Seite des Zulegeinstrumentes eine feine Linie **a d**, welche schon die Richtung der Sohle der flachen Linie angiebt. Nun faßt man am verjüngten Maßstabe (§. 31) mit dem Zirkel die berechnete Sohle der flachen Schnur, die wir 5·94 Ltr. gefunden haben, und trägt die verjüngte Länge der Sohle vom Puncte **a** auf die schon gezogene Linie gegen **c** auf, so ist **a c** die verjüngte Sohle der flachen Linie, welche auf diese Weise zugelegt worden ist. Man vergleiche §. 21, **b**.

Zweite Art: die gegebene flache Linie zuzulegen. Mittelst der berechneten Länge und Breite dieser flachen Linie oder Schnur.

Auflösung. Man verfahre nach früherer Art, um sowohl die Magnetlinie **s n**, als auch die wahre Mittagslinie **SN**, Fig. 28 zu erhalten. Nun errichte man im Puncte **a** die auf **SN** senkrechte Linie **O W**, so ist **O** der Ost- und **W** der Westpunct §. 6 und **O W** die sechste Stundenlinie. Hierauf fasse man mit dem Zirkel am Maßstabe die berechnete Länge 4·78 und trage diese verjüngte Länge, welche dem Streichen nach östlich ist, auf die Linie **O W** von **a** gegen **f** und es ist **a f** die Länge der flachen Linie (§. 22). Hierauf fasse man auch die Breite 3·526 am verjüngten Maßstabe und trage selbe von **a** gegen **g**, d. i., gegen Süden auf der Mittagslinie auf. Zieht man im Puncte **f** auf **a f** die senkrechte **f c** und in **g** die auf **a g** senkrechte **g c**, so hat man das Rechteck **f c g a**, in welchem die gezogene Diagonale **a c** die Sohle sein muß (§. 22); somit ist auch auf diese Art die gegebene flache Linie in ihrer söhligen Projection am Papiere verzeichnet worden. Bei dieser zweiten Art der Zulage einer flachen Linie oder Schnur ist zu bemerken, daß man sich beim Auftragen der verjüngten Längen auf die sechste und der Breiten auf die zwölfte Stundenlinie auch mit größerem Vortheile eines tausendtheiligen Maßstabes bedienen kann.

§. 45.

Soll ein ganzer Grubenzug zugelegt werden, so kann dies ebenfalls auf eine zweifache Art geschehen:

Erste Art. Mittelst des Zulegecompasses verfährt man nach folgenden Regeln:

1) Vor Allem trachte man einen möglichst genauen Grubenzug beim Abziehen zu erhalten, indem man Zug und Gegenzug verrichtet (§. 39), die einzelnen Markscheiderwinkel berechnet (§. 41) und alle Daten nach §. 42 in die dazu bestimmten Rubriken einschreibt.

2) Man sehe im Winkelbuche, nach welcher Weltgegend sich der ganze Zug vorzüglich hindreht, was man aus den Rubriken: Länge und Breite sehen kann. Hat man dies ermittelt, so lege man das zum Zulegen bestimmte Zeichnenpapier so auf den horizontal gestellten Zulegetisch, daß der Zug nach der längsten Seite des Papieres sich strecke. Nun befestiget man das Papier an das Tischblatt mittelst kleiner Tischlerschrauben oder Bleiwürfel und wählt den Anfangspunct **a** dort, wo es nach der Vergleichung des Winkelbuches zulässig ist.

3) Im Anfangspuncte **a** wird nach dem vorigen §. die Magnetlinie gezogen und um den Punct **a** der festgestellte Compaß so lange herumgedreht, bis die Nordspitze in jenen Weltgegenden und in jener Stunde einhakt, welche im Winkelbuche nach dem Compaß eingeschrieben sind, und hierauf auf der langen Seite der Zulegeplatte eine Linie gezogen, auf welche die berechnete Sohle nach dem verjüngten Maßstabe aufgetragen wird. Es wird somit auf diese Art die erste Sohle bloß nach dem observirten und nicht nach dem reducirten Streichen auf das Papier gebracht. Damit aber der zu verfertigende Grundriß eine Orientirung habe, wird entweder im Anfangspuncte **a** oder in einiger Entfernung auf einer leeren Stelle des Papieres nach dem vorigen §. die Mittagslinie transportirt.

4) Der Endpunct **c** der zugelegten ersten Sohle ist zugleich der Anfangspunct der folgenden zuzulegenden Sohle; man lege somit an **c** die lange Seite der Zulegeplatte des festgestellten Compasses und drehe um **c** das Instrument so lange, bis die Nordspitze der Nadel jene

Weltgegend und Stunde nebst ihren Thilen berührt, welche das observirte Streichen, nach dem Compaß die Rubrik des Winkelbuches für die zweite flache Schnur nachweiset, ziehe wie früher eine feine Linie an der langen Seite des Zulegeinstrumentes und trage von c auf dieselbe die verjüngte zweite Sohle.

5) Da der Endpunct jeder schon zugelegten Sohle auch der Anfangspunct für die zuzulegende ist, so verfährt man nach 5 weiter, indem man sowohl die berechnete Sohle, als auch die Weltgegend und das observirte Streichen aus dem Winkelbuche entnehmen kann. Es unterscheidet sich das Zulegen der flachen Linien von jenem, welches im vorigen §. dargestellt wurde, nur dadurch, daß beim Zulegen des Grubenzuges nur die observirten Streichwinkel, nicht aber die reducirten zum Zulegen der Sohlen genommen werden; im vorigen §. ist das reducirte Streichen genommen worden, um zugleich die Richtung der wahren Mittagslinie anzugeben, die aber hier gewöhnlich nicht im Anfangspuncte, sondern etwas davon entfernt verzeichnet wird.

6) Während dem Zulegen der einzelnen flachen Linien beobachte man die Vorsicht, daß man von Zeit zu Zeit den Zulegecompaß an die gezogene Mittagslinie anlegt, um nämlich nachzusehen, ob das Papier noch immer die ihm zuerst gegebene Lage hat, oder ob nicht während dem Zulegen eine Verrückung desselben Statt gefunden hat, wodurch die Arbeit fruchtlos gemacht worden wäre und man nachsehen müßte, bei welcher Sohle diese Verrückung geschehen ist.

7) Jeder Grundriß enthält einen verjüngten Maßstab, nach dem er gezeichnet wurde, und man zeichnet ihn auf das Papier dorthin, wo er am besten gebraucht werden kann.

8) Alle bemerkenswerthen Gegenstände, die man in der Rubrik: Anmerkungen — des Winkelbuches aufgeführt findet, müssen auch während dem Zulegen der flachen Linien mit eingezeichnet werden, z. B. Markscheidestufen, Jahrestafeln, übersetzende Gänge, deren Streichen und Fallen im Risse, so wie ihre Namen angegeben werden u. s. f.

9) Hat man das Gerippe des ganzen Grubenzuges auf diese Art am Papiere erhalten, so wird selbes nach

der Methode des Gruben- und Situations-Zeichnens am Papiere ausgefüllt; jedoch ist zu bemerken, daß bei Grubenbau-Grundrissen nicht wie bei öconomischen Plänen die Nordseite nach oben, sondern gewöhnlich nach unten gekehrt ist, so daß das Hangende der Grube nach abwärts und das Liegende der Grube nach oben gekehrt ist.

10) Endlich hat jeder Grundriß eine Ueberschrift, z. B. Grundriß von dem Franz-Carl-Spatgange im Przibramer Bergwerke, 4. Abtheilung. Abgezogen Ende October 1847 von N. N. Markscheider. Das Streichen der Mittagslinie war = 1 Std. $\frac{1}{4}$ m. (15° 16′ 45″).

§. 46.

Nach der zweiten Art, nämlich mittelst der berechneten Längen und Breiten kann ein Zug nach folgenden Regeln zugelegt werden:

1) Man befestige das Papier nach voriger Weise am horizontalen Tischblatte und ziehe am oberen Papierrande eine gerade mit demselben parallele Linie **AB**, Figur 29.

2) Nun sehe man im Winkelbuche nach, ob die Summe der östlichen und westlichen Längen größer sei, als die Summe der nördlichen und südlichen Breiten, oder ob das Umgekehrte vorhanden sei.

a. Ist die Summe der östlichen und westlichen Längen größer, als die Summe der nördlichen und südlichen Breiten, so trage man an diese gezogene **AB** vom verjüngten Maßstabe eine Abtheilung von 10 verjüngten Lachtern mit dem Zirkel um ein- oder zwei Mal mehr auf, als die Summe der östlichen und westlichen Längen in vollen Zehnern ausmacht. In den Endpuncten **A** und **B** errichte man senkrechte **AM** und **BQ** und trage auf **AM** eine Abtheilung von 10 verjüngten Lachtern desselben Maßstabes mit dem Zirkel um ein- oder zwei Mal mehr auf, als die Summe der nördlichen und südlichen Breiten in runder Zahl beträgt.

b. Wäre aber die Summe der nördlichen und südlichen Breiten größer, als die Summe der östlichen und westlichen Längen, so wird auf **AB** eine Abtheilung von 10 Lachtern um ein- oder zwei Mal mehr aufgetragen,

als die Summe der nördlichen und südlichen Breiten in runder Zahl beträgt, und auf **AM** wird dieselbe Abtheilung von 10 Lachtern ein- oder zwei Mal mehr aufgetragen, als die Summe der östlichen und westlichen Längen ausmacht. Nehmen wir nun an, es sei bei einem Zuge, wo keine Nebenzüge vorkamen, die Summe der Längen + 55 Ltr., also östlich und die Summe der Breiten — 38 Ltr., also südlich. Man hat also, nach **a**, auf **AB**, weil die nächste runde Zahl von 55 die Zahl 60 ist, eine Abtheilung von 10 verjüngten Lachtern 7 Mal oder 8 Mal aufzutragen; somit ist nach der Fig. **AC** = **CD** = **DE** = u. s. w. = 10 Lachtern. Auf die senkrechte **AM** trägt man diese 10 verjüngten Lachter 5- oder 6 Mal auf, da von der Summe der Breiten 38 die nächsten Zehner 40 betragen; also ist **AK** = **KL** = **LP** = u. s. w. = 10 Ltrn.

3) Durch die Theilungspuncte von **AB**, nämlich **C**, **D**, **E**, **F** u. s. f., zieht man Parallelen zu **AM** und durch die Theilungspuncte von **AM**, nämlich **K**, **L**, **P**, u. s. f. zieht man Parallelen zu **AB**; dadurch wird das ganze zum Zulegen bestimmte Papierblatt in Quadrate getheilt, deren jedes zur Seite 10 verjüngte KLachter hat.

4) Nun zählt man von **A** gegen **B**, da die Summe der Längen größer angenommen wurde, als die Summe der Breiten, auf **AB** in vollen Zehnern die Anzahl der Zehner der Längensumme ab, was nach dem Beispiele 6 Zehner ausmacht, also 6 Abtheilungen bis **H**. Auf **AM** zählt man gegen **M** ebenfalls von **A** angefangen die Zehnerabtheilungen für die Breitensumme, welche — 38 Ltr. beträgt; dies giebt 4 Zehnerabtheilungen, somit bis Punct **O**. Die beiden sich rechtwinkelig schneidenden Linien **HN** und **OW**, die durch die bestimmten Puncte **H** und **O** gehen, theilen daher das ganze Papierblatt nach den 4 Weltgegenden, wo **H** den Süd-, **N** den Nord-, **O** den Ost- und **W** den Westpunct bezeichnen. Man ziehe auch diese Linien etwas stärker, setze vom Südpuncte **H** gegen **A** und von **O** gegen **A** die Zahlen 10, 20, 30, u. s f. für die einzelnen Zehnerabtheilungen und füge die Zeichen + oder — bei, wo + bekanntlich die östliche Länge und nördliche Breite, — die westliche Länge und südliche Breite ausdrücken. Man siehe die Figur. — Der Durchschnittspunct **a** beider sich rechtwinkelig schnei-

denden Linien ist der Anfangspunct des zu zeichnenden Zuges oder der Anfangspunct der Zulage. Die Linie HN stellt die zwölfte und OW die sechste Stundenlinie vor.

5) Auf die sechste Stundenlinie OW trage man vom Anfangspuncte a der zu machenden Zulage die erste Längensumme nach dem verjüngten Maße nach Ost oder West, je nachdem diese Summe + oder — ist; auf die zwölfte Stundenlinie HN trage man eben so nach demselben Maßstabe die Summe der ersten Breite gegen Nord oder Süd, je nachdem diese Breite + oder — ist. In den dadurch erhaltenen Puncten in der 6. und 12. Stundenlinie errichte man senkrechte Linien, die sich schneiden und mit den Theilen der 6. und 12. Stundenlinie ein Rechteck bilden werden. Zieht man aus a in diesem Rechtecke eine Diagonale, so ist diese die Sohle der ersten flachen Schnur. Um die zweite Sohle zu erhalten, trage man auf die 6. Stundenlinie wie vorhin die zweite Längensumme und auf die 12. Stundenlinie die zweite Breitensumme, errichte wieder in den erhaltenen Puncten Senkrechte und verbinde den Durchschnittspunct dieser Senkrechten mit dem Endpuncte der schon gezogenen ersten Sohle und man hat die Sohle der zweiten flachen Schnur. Auf diese Art werden alle folgenden Sohlen nach und nach zugelegt.

Z. B. Man habe in den Rubriken des Winkelbuches den Anfang des Grubenzuges, wie folgt, nach §. 42 notirt:

Längen.			Breiten.		
östlich	westlich	Summe	nördlich	südlich	Summe
4·5		+ 4·5		3·4	—3·4
3·4		+ 7·9		2·5	—5·9
5·9		+ 13·8		3·4	—9·3
4·8		+ 18·6		3·9	—13·2
. .	. .	. . .	. .	. .	. .
u. s. f.		+ 55·0			—38·0

Man nehme daher 4·5 Lachter vom verjüngten Maßstabe und trage mit dem Zirkel diese Länge von a gegen m, Fig. 29, die Breite 3·4 von a gegen d, errichte in m und d Senkrechte, wodurch man das Rechteck amfd erhält, ziehe af, so ist af die erste Sohle. Um die zweite Sohle zu erhalten, trage man die zweite Längensumme 7·9 von a gegen s, so daß as = 7·9 verjüngte Lachter, und von a gegen n die zweite Breitensumme, so daß an = 5·9, errichte in s und n die Senkrechten sk und nk, verbinde den Endpunct der ersten Sohle f mit k, so ist fk die zweite Sohle. Ebenso trägt man, um die dritte Sohle zu erhalten, die dritte Längensumme 13.8 von a gegen q und die dritte Breitensumme 9·3 von a gegen p auf, ergänzt das Rechteck und verbindet den Endpunct k der zweiten Sohle mit o, so ist ko die dritte Sohle. Verfährt man auf diese Weise weiter, so erhält man das Gerippe des ganzen Zuges. Die Zahlen, welche am Rande des großen Rechteckes BMQ angeschrieben stehen, gewähren den Vortheil, daß man bei'm Auftragen der Längen- und Breitensummen auf die Linien aO und aH die vollen Lachterzehner nicht erst am verjüngten Maßstabe abzugreifen braucht, sondern bloß die der einzelnen Lachter und ihre Theile, da jede Linie der einzelnen Quadrate in dem Quadratnetze schon 10 Lachter beträgt.

6) Es versteht sich wohl von selbst, daß auch bei dieser Methode des Zulegens die Regeln zu beobachten sind, welche im vorigen §. unter 6. bis 10. gegeben wurden. Ferner wird auch die wahre Mittagslinie auf den Grundriß transportirt.

§. 47.

Unter Abwägen versteht der Markscheider dasselbe, was der Feldmesser Nivelliren oder Höhenmessen nennt. Abwägen heißt nämlich, den Höhenunterschied zweier Puncte a und b über oder unter der durch einen Punct a oder b gelegt gedachten Horizontalebene anzugeben. Denken wir uns im Puncte a, Fig. 30, die Horizontalebene ag gelegt, so ist der Punct b in Bezug auf a um die Senkrechte bg höher gelegen, und da, wenn zwischen a und b eine flache Schnur gezogen wird, bg die Seigerteufe dieser flachen Schnur ab ist, so braucht mithin

der Markscheider nur die Seigerteufe nach §. 41 zu berechnen, um den Höhenunterschied zweier Puncte anzugeben. Diese Seigerteufe heißt in Hinsicht des Abwägens oder Nivellirens das Gefälle oder die Rösche.

Aufgabe. Man soll Fig. 30 zwischen a und b das Gefälle angeben, wenn a von b nicht über 6 Lachter entfernt ist.

Auflösung. Sind a und b über Tage, so werden über a und b gleichhohe Markscheiderblöcke so gesetzt, daß ihre Köpfe und die Schraubenpuncte über die Puncte a und b zu stehen kommen, zwischen beiden eine Schnur gespannt nach § und nach § der Neigungswinkel bestimmt wird; er sei 32°, ist die Größe der flachen Schnur 5·2 Lachter, so ist die Seigerteufe bg oder hier das Gefälle $= 5 \cdot 2 \cdot \sin. 32^{0} = 5 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 529919 = 2 \cdot 7555788 =$ 2·755 Lachter.

Wären die Puncte a und b unter Tage, so werden in ihnen Spreitzen eingeschlagen und wie früher verfahren.

§. 48.

Es soll zwischen zwei Puncten a und m, die sich unter Tage und in einer ziemlich großen Entfernung von einander befinden, die Rösche, das Gefälle oder die Seigerteufe bestimmt werden.

Auflösung. Wird kein Grundriß von dem Zuge verlangt, so reducirt sich die Aufgabe dahin, einen Zug und auch, wegen der Genauigkeit des Resultates, einen Gegenzug zu verrichten, ohne hierbei das Streichen der einzelnen flachen Schnüre zu bestimmen, d. i., ohne den Compaß gebrauchen zu müssen, sondern nur mittelst des Gradbogens die Neigungswinkel und mittelst der Kette die Größen der einzelnen flachen Schnüre zu bestimmen, und in das Winkelbuch einzutragen, was beides nach §. 32 und §. 34 geschieht.

Die Rubrik des Winkelbuches: „Seigerteufe" mit den beiden Unterabtheilungen „steigend" und „fallend" giebt dann den Höhenunterschied an. Ist nämlich die Summe der steigenden Seiferteufen größer als die der fallenden, so liegt der andere Punct m höher als a, und zwar um den Unterschied aus der steigenden und der

Summe der fallenden Seigerteufen; ist aber die Summe der fallenden Seigerteufen größer als jene der steigenden, so ist der zweite Punct m tiefer als a gelegen, und der Höhenunterschied ist wieder gleich der Differenz aus der Summe der fallenden und der Summe der steigenden Seigerteufen. Um dies durch ein Beispiel noch deutlicher zu machen, nehmen wir an, daß nach §. 47 folgende flache Schnüre mit ihren Neigungswinkeln zwischen a und m gemessen und ihre Seigerteufen aus ihren Größen und Neigungswinkeln nach §. 41 berechnet worden seien:

	Neigung der flachen Schnur.		Größe der flach. Schnur.	Seigerteufe.		Sohle.
	Steigend od. fallend.	Grade und Theile.	Dec.=Lachter.	Steigend.	Fallend.	Dec.=Lachter.
von a bis b	steigend	3°	4·84	0·25330624	. . .	4·07841692
von b bis c	steigend	2° $\frac{1}{4}$ p	3·9	0·1587807	. . .	3·89676690
von c bis d	fallend	1°	4·9	. . . . .	0·0855148	4·89999990
von d bis e	fallend	2° $\frac{1}{4}$ m	5.5	. . . . .	0.2079385	5·49606750
von e bis f	steigend	3°	2·9	0·1517744	. . .	2.89602700
von f bis g	steigend	2° $\frac{2}{4}$	4·5	0·19629	. . .	4·49571600
von g bis h	steigend	4° $\frac{1}{4}$ p	3·8	0·2871242	. . .	3·78913580
von h bis m	fallend	1$\frac{2}{4}$	5·5	. . . . .	0·1439735	5·49811350

Die Summe der steigenden Seigerteufen beträgt 1·04127554 Lachter, die der fallenden ist 0·4374268; der zweite Punct m ist also höher gelegen, als der Anfangspunct a, da die Summe der steigenden Seigerteufen größer ist, und zwar liegt er höher um 1·04127554 — 0·4374268 = 0·60384874 Lachter, wofür man 0 Lachter, 6 Zehntellachter, 3·9 Primen setzen kann.

Es ist auch ersichtlich, daß man den Höhenunterschied, wenn eine solche Tabelle richtig verfaßt ist, zwischen zwei beliebigen Puncten angeben kann, z. B. zwischen den Puncten b und f. Die Summe der steigenden Seigerteufen ist hier 0·1587807 + 0·1517744 = 0·3105551; die Summe der fallenden ist 0·0855148 + 0·2079385 = 0·2934533; es ist somit der Punct f höher gelegen, als b, nämlich um 0·3105551 — 0·2934533 = 0·0171018 Lachter, d. i. um 1 Zoll, 7 Primen. Es ist auch zu bemerken, daß im Anfangs- und Endpuncte der seigere Abstand von Sohle bis Schraubenpunct mit der Kette gemessen und in die Tabelle ebenfalls eingetragen werden soll. Will man ein genaues Resultat erhalten, so muß man, bevor die einzelnen Seigerteufen berechnet werden, vom Endpuncte m gegen den Anfangspunct a zurück diese gebrochene stetige Linie **abcd....m** noch einmal abwägen oder nivelliren, wobei aber dieselben Stationspuncte h, g, f, e u. s. f. nur in verkehrter Richtung einzuhalten sind.

Ist ein vollständiger Zug in der Absicht gemacht worden, daß ein Grundriß desselben angefertigt wird, so werden ohnehin die einzelnen Markscheiderwinkel, daher auch alle Seigerteufen berechnet und in das Winkelbuch eingetragen, daher auch zwischen jeden zwei Puncten des ganzen Zuges der Höhenunterschied leicht angegeben werden kann.

§. 49.

Es ist der Höhenunterschied zweier Puncte a und m anzugeben, die sich über Tage befinden, die nivellirte gebrochene Linie zwischen a und m soll abgesteckt und auch eine Zeichnung entworfen werden, aus der man das Gefälle zwischen zwei beliebigen Puncten nach einem verjüngten Maßstabe nehmen kann.

Auflösung. 1) Zuerst wird ein Markscheiderbock von einem Gehülfen über den Anfangspunct a so gestellt,

daß der Schraubenpunct im Kopfe des Bockes genau über a zu liegen komme, was durch ein Loth oder auch dadurch bewirkt wird, daß man unter den Schraubenpunct einen Stein hält, ihn frei fallen läßt und nachsieht, ob er auf a gefallen, worauf in a ein Pflock Nr. 1 eingeschlagen wird. Der Gehülfe hängt die Schlinge einer Schnur auf die Schraube des festgestellten Bockes und setzt sich auf denselben.

2) Ein zweiter Gehülfe hängt das andere Ende der Schnur auf die Schraube eines zweiten, mit dem ersten gleich hohen Markscheiderbockes und trägt diesen zweiten Bock in der Richtung gegen den Endpunct m der abzuwägenden Linie so weit, als die eingehängte Schnur es zuläßt, während der erste Gehülfe in Nr. 1 auf seinem Bocke sitzen bleibt. Der zweite Gehülfe setzt sich nun auch auf seinen Markscheiderbock und rückt ihn mit den Füßen so weit, bis die Schnur recht straff gespannt ist, und bestimmt den Punct auf der Dammerde, welcher seiger unter dem Schraubenpuncte seines Bockes liegt, in welchen ebenfalls ein Markirpflock Nr. 2 eingeschlagen wird.

3) Hierauf wird die Größe der flachen Schnur und der Neigungswinkel derselben vom Markscheider wie gewöhnlich bestimmt, und er trägt die erhaltenen Stücke in das Winkelbuch ein.

4) Der zweite Gehülfe bleibt auf seinem Bocke in Nr. 2 sitzen, und der erste Gehülfe in Nr. 1 trägt von seinem Posten seinen Markscheiderbock in der Richtung gegen den Endpunct m so weit, als es die eingehängte Schnur erlaubt, setzt sich auf denselben und rückt ihn mit den Füßen so weit, bis die Schnur recht gespannt ist; er bestimmt den Seigerpunct am Boden unter dem Schraubenpuncte, wo ein Pflock Nr. 3 eingeschlagen wird.

5) Der Markscheider thut nun dasselbe, was in 3. gesagt wurde, worauf der Gehülfe von der Station Nr. 2 seinen Bock wegnimmt und gegen m trägt, während der Gehülfe in Nr. 3 auf seinem Bocke sitzen bleibt.

6) Dieses Wechseln der beiden Gehülfen geht nun regelmäßig fort: es geht nämlich immer der hintere Gehülfe nach vorwärts, während der vordere sitzen bleibt, was also so lange geschieht, bis man in m ankommt.

7) Auch hier hat der Markscheider, bevor er die Seigerteufen und auch die Sohlen der einzelnen flachen Schnüre

berechnet, sich durch das Rückwärtsabwägen zu überzeugen, ob kein Fehler unterlaufen sei. Nehmen wir nun an, um Wiederholungen zu vermeiden, daß bei diesem Abwägen über Tage die Stücke des vorigen §. vorkamen, daher auch hier diese Tabelle benützt wird.

8) Die nivellirte Linie ist abgesteckt, d. i. am Boden durch die numerirten Pflöcke bezeichnet; um nun eine solche Zeichnung zu entwerfen, daß man aus derselben die Gefälle zwischen zwei beliebigen Puncten nach einem verjüngten Maße entnehmen kann, ziehe man eine gerade Linie **AB**, Fig. 31, auf das Papier **mP**, fasse nach dem Maßstabe 1 Zoll = 10 Lachter, Fig. 32, die erste Sohle 4·078 . . . ., wofür 4·08 gesetzt werden kann, mit dem Zirkel auf und trage sie von **A** auf **AB**, sie sei **Ab**; errichte in **b** eine Senkrechte auf **AB** und trage auf diese Senkrechte die erste Seigerteufe 0·2533 . . ., wofür 0·253, nach einem etwas größeren Maßstabe von **b** auf. Man muß für das Auftragen der Seigerteufen deßwegen einen größeren Maßstab gebrauchen, weil sich die Gefälle viel genauer sollen abnehmen lassen; gesetzt, es sei ein Maßstab für die Seigerteufen genommen, daß dieselben zehnmal länger seien, als nach der Tabelle, somit ist 0·253·10 = 2·53 Lachter, welche nun nach dem früheren Maßstabe für die Sohlen mit dem Zirkel genommen und auf die Senkrechte von **b** bis **c** aufgetragen werden. Hierauf wird zur ersten Sohle 4·08 die zweite 3·89 addirt, was 7·97 giebt, diese nach dem Maßstabe für die Sohlen mit dem Zirkel am Maßstabe abgegriffen und vom Anfangspuncte **A** auf **AB** bis **n** aufgetragen. In **n** wird wieder eine Senkrechte auf **AB** errichtet und man addirt die zweite Seigerteufe 0·159 zur früheren 0·253, was 0·412 giebt; diese Summe zehnmal genommen, giebt 4·12, welche also nach dem Maßstabe auf die in **n** Senkrechte getragen werden, somit **nf** = $4\frac{1}{2}$ Lachter.

Aus dem bereits Gesagten wird das folgende Verfahren ersichtlich; es ist nämlich

Ap = 4·08 + 3·89 + 4·89 = 12·86,

pg = 4·12 — 0·085·10 = 3·27, weil die dritte Seigerteufe fallend ist.

Ak = 12·86 + 5·49 = 18·35,

ks = 3·27 — 0·207·10 = 1·2, weil die vierte Seigerteufe fallend ist.

Ao = 18·35 + 2·89 = 21·24,
or = 1·2 + 0·151 . 10 = 2·71, weil die fünfte Seigerteufe steigend ist.
Az = 21·24 + 4·49 = 25·73,
zq = 2·71 + 0·196 . 10 = 4·67, weil die sechste Seigerteufe steigt.
Ay = 25·73 + 3·78 = 29·51,
yu = 4·67 + 0·287 . 10 = 7·54, weil die siebente Seigerteufe steigt.
Ax = 29·51 + 5·49 = 35,
xm = 7·54 — 0·143 . 10 = 6·11, weil die achte Seigerteufe fällt.

Der letzte Punct m hat also in Hinsicht des Anfangspunctes A zur Seigerteufe die Linie xm, und da xm, sowie alle übrigen Seigerteufen, zehnmal größer genommen wurden, so ist die wahre Seigerteufe oder das eigentliche Gefälle zwischen A und m der zehnte Theil der Linie xm, d. i. $\frac{xm}{10} = \frac{6·11}{10}$ Lachter = 0·611 Lachter. Vergleiche den vorigen Paragraph.

Die kleine Abweichung liegt in der Vernachlässigung der folgenden Decimalstellen bei den einzelnen Seigerteufen. Das Auftragen der Seigerteufen kann mit Vortheil nach einem tausendtheiligen größeren Maßstabe geschehen. Die Profilzeichnung einer solchen gebrochenen Linie Acfg.... wird aber immer eine verzerrte Gestalt erhalten, weil die Seigerteufen nicht nach ihren wahren Längen, wie sie die Tabelle des vorigen §. angiebt, auf die senkrechten Linien aufgetragen, sondern alle zehnmal vergrößert wurden.

Uebrigens muß bemerkt werden, daß diese Aufgabe, den Höhenunterschied zweier Puncte über Tage anzugeben, auch nach der gewöhnlichen Methode mittelst der in der Feldmeßkunst gebräuchlichen Nivellirinstrumente aufgelös't werden kann.

§. 50.

Es soll von einem Puncte a, der sich über Tage befindet, eine gerade Linie abgewogen oder nivellirt werden, welche auf 200 Lachter ein Gefälle von 0·2 Lachter

hat und es sind zugleich fixe Puncte dieser geraden Linie anzugeben.

Auflösung. 1) Vor Allem muß die Richtung dieser Linie abgesteckt werden. Man stecke in den Anfangspunct einen Stab oder Pfahl seiger in die Dammerde, stelle sich gegen 4 bis 5 Schritte vor diesen Pfahl und lasse durch einen Gehülfen hinter dem ersten eingesteckten Pfahle einen zweiten Pfahl zwischen zwei Fingern seiger halten. Nun giebt man dem Gehülfen mit der Hand so lange Zeichen, daß er den Stab rechts oder links bewege, bis man ihn vom ersten Stabe gedeckt findet; denn dann sind beide Stäbe in derselben geraden Linie. Ist dies der Fall, so giebt man dem Gehülfen wieder ein Zeichen, worauf er den Stab frei fallen läßt, wodurch die Spitze des Stabes am Boden den Punct bezeichnet, in welchen der Stab seiger eingesteckt wird. Hierauf nimmt der Gehülfe einen andern Stab, geht einige Schritte hinter den eingesteckten Stab, während der Markscheider vor dem Stabe in a seinen Standort nicht ändert. Der dritte Stab wird nun vom Markscheider auf dieselbe Art in die gerade Linie gebracht, wie der zweite; er dirigirt nämlich den Gehülfen wieder durch Zeichengeben nach rechts oder links, bis alle drei Stäbe gedeckt erscheinen. Auf diese Art werden nun auch alle folgenden Stäbe in die gerade Richtung der bereits eingesteckten gebracht; da man aber nicht mit so vielen Stäben versehen sein wird, als zur Absteckung erfordert werden, so können immer einige und zwar die mittleren herausgezogen und an ihre Stelle Pflöcke in die Dammerde eingeschlagen werden; jedoch müssen immer wenigstens 5 Stäbe stehen bleiben, damit man nach denselben die gerade Linie weiter abstecken könne. Diese gerade Linie wird so weit abgesteckt, als man glaubt, daß man den Endpunct derselben erreicht hat; sollte es sich aber bei'm Abwägen zeigen, daß die abgesteckte Gerade zu kurz ist, so kann ja dieselbe verlängert, weiter abgesteckt werden.

2) Hat man diese Vorarbeit getroffen, so muß der Winkel bestimmt werden, unter welchem die erst abzuwägende gerade Linie von 200 Lachtern gegen die horizontale, söhlig gedachte Linie geneigt sein muß, damit ein Gefälle von 0·2 Lachtern erscheine.

Angenommen, es sei in Fig. 30 die Linie **ab** von der Länge von 200 Lachter, **bg** das Gefälle von 0·2 Lachter, und ist **x** zu bestimmen, so ist im rechtwinkeligen Dreiecke **abg**

ab : bg = sin. ∢ **agb** : sin. ∢ **x**; da ∢ **agb** = 90° ist, so ist **ab : bg** = 1 : sin. ∢ **x** = $\frac{bg}{ab}$, d. i., man findet den sinus des Neigungswinkels einer abzuwägenden Linie, wenn man das gegebene Gefälle durch die gegebene Größe der abzuwägenden Linie dividirt. Für unsern Fall ist somit sin. ∢ x = $\frac{0{\cdot}2}{200}$ = 0·001. Ist aber der sinus eines Winkels bekannt, so kann man in den trigonometrischen Tafeln den Winkel finden, der zu diesem sinus gehört: so gehört zum sinus 0·001 der Winkel s′, oder, nach §. 26 ausgedrückt, 0° p.

3) Ist der Neigungswinkel bestimmt, so wird über den Anfangspunct **a**, den wir als den u n t e r n Punct der abzuwägenden Linie annehmen, ein Markscheiderbock so gestellt, daß der Schraubenpunct, der sich im Kopfe des Markscheiderbockes befindet, über **a** zu liegen komme, was nach 1 des vorigen §. zu geschehen hat. Ein Gehülfe setzt sich auf den Markscheiderbock und ein anderer trägt einen zweiten Bock in der abgesteckten geraden Linie so weit vor, als es die in beiden Schrauben der beiden Böcke eingehängte Schnur gestattet, und setzt den Markscheiderbock so über die abgesteckte Gerade, daß der Schraubenpunct des zweiten Bockes seiger über der geraden Linie liege, was der Markscheider daran erkennt, wenn die Schraubenspindeln beider Böcke mit einem stehen gelassenen Stabe sich in derselben Verticalebene befinden. Wäre dies nicht der Fall, so stellt sich der Markscheider einige Schritte vor den ersten Bock und dirigirt den zweiten Gehülfen durch Zeichengeben nach Rechts oder Links so lange, bis beide Schraubenspindeln den Stab decken.

4) Ist dies geschehen, so wird in der Mitte der straff gespannten Schnur, welche früher mit der Lachterkette gemessen wurde, der Gradbogen aufgehängt; zeigt das am Bogen hängende Loth z u f ä l l i g 5′, d. i. o. p. S t e i g e n, weil der Anfangspunct **a** der untere, tiefere Punct der abzuwägenden Linie ist, so hat man einen

Punct der abzuwägenden Linie gefunden; man nimmt nämlich ein Loth, dessen Schnur so lang ist, als die Höhe des Markscheiderbockes beträgt, hält das Loth an den Schraubenpunct und es giebt die Lage des unten hängenden Senkbleies den Punct am Boden an. Sollte die Dammerde hier so hoch liegen, daß das Senkblei nicht frei hängen kann, so wird die Erde unter dem Bocke so weit abgegraben, bis das Senkblei den Boden berührt, worauf ein Pflock in die Erde so geschlagen wird, daß nur der oberste Rand desselben aus der Erde hervorragt. Da es nun aber sehr selten geschehen wird, daß das Loth am Gradbogen o·p zeigt, so nehmen wir an, daß das Loth einen größeren Winkel zeigt. Ist dies der Fall, so müßte entweder unter beiden Füßen des zweiten Markscheiderbockes oder auch nur, nach Erforderniß, unter einem Fuße desselben so viel Dammerde abgegraben werden, bis das Loth am Gradbogen o.p einspielt. Hierauf wird der Punct in der Erde, wie gesagt wurde, bestimmt. Sehr oft findet man aber diesen Punct in der abgesteckten Geraden, ohne erst die Erde abgraben oder vielleicht auftragen zu lassen, wenn man dem zweiten Gehülfen seinen Bock bei stets gespannter Schnur bergauf- oder bergabwärts so lange rücken läßt, bis das Loth am Bogen den Neigungswinkel o.p zeigt.

5) Der Markscheider notirt die Größe der flachen Schnur, der zweite Gehülfe bleibt auf seinem Markscheiderbocke sitzen und der erste Gehülfe begiebt sich von seinem Standort a in der Richtung der abgesteckten Geraden gegen den Endpunct, soweit als es die eingehängte Schnur zuläßt, und es wiederholt sich das in 4 gegebene Verfahren.

6) Das Wechseln der beiden Gehülfen in der geraden abgesteckten Richtung geht nun fort, bis der Markscheider zur Summe der Größen aller einzelnen flachen Schnüre 200 Lachter erhalten hat.

7) Die obersten Ständer der eingeschlagenen Pflöcke geben nun die Richtung einer Linie von 200 Lachtern, welche gegen die horizontale oder söhlige Linie s' geneigt ist, d. i. 0.2 Lachter Gefälle hat, und man könnte, wenn es erforderlich wäre, z. B. wegen Wasserableitung, am Boden über die Köpfe der eingeschlagenen Pflöcke eine Schnur ziehen, die Erhöhungen der Dammerde abtragen

und die tiefen Stellen damit ausfüllen, so daß die Köpfe aller Pflöcke und die darüber gespannte Schnur gerade bedeckt werden. Zur Versinnlichung dessen ist Fig. 32, wo die schraffirten Theile die abzutragenden oder auszufüllenden Theile der Dammerde, und a, b, c, d u. s. f. die in der geraden Richtung unter den Schraubenpuncten seiger eingeschlagenen Pflöcke bezeichnen.

8) Wäre der Anfangspunct der abzuwägenden Linie höher gelegen, als der Endpunct derselben, so bleibt das Verfahren dasselbe, nur wird hier s' oder o.p Fallen am Gradbogen bei jeder Schnur beobachtet werden müssen (§. 34).

§. 51.

Es ist eine gerade horizontale oder söhlige Linie abzuwägen und durch fixe Puncte zu bezeichnen.

Auflösung. Auch hier wird nach 1 des vorigen §. zuerst eine gerade Linie abgesteckt; auch das übrige Verfahren bleibt sich in diesem Falle gleich, nur muß das Loth bei den einzelnen flachen Schnüren auf den Nullpunct des Gradbogens kommen. Vergleiche §. 34.

Wäre aber die Aufgabe dahin gestellt worden, eine söhlige Linie abzuwägen, ohne die Bedingung anzugeben, daß dieselbe eine einzige Gerade sein soll, so braucht nicht erst eine gerade Linie abgesteckt zu werden, und es fällt zugleich die Vorsicht weg, die Schraubenspindeln beider Markscheiderböcke in die Richtung der abgesteckten Linie dirigiren zu müssen. Markirpflöcke werden aber auch im letzten Falle in die Erde geschlagen und bei großen Biegungen Stäbe eingesteckt, um die Richtung der gebrochenen söhligen Linie zu übersehen.

Sollte ein Grundriß dieser söhligen Linie verlangt werden, so muß der Markscheider bei den einzelnen flachen Schnüren die Größe, die Weltgegenden und das Streichen der flachen Schnüre in das Winkelbuch notiren, um daraus nach dem Streichen und der Größe mittelst des Zulegecompasses die einzelnen flachen Schnüre zulegen zu können. Die Sohlen brauchen nicht berechnet zu werden, weil die einzelnen Schnüre schon eine söhlige Lage haben, daher selbst Sohlen sind.

§. 52.

Es ist die Oertung des Punctes a an Tag zu bringen, d. i., es ist ein anderer Punct a' über Tage zu bestimmen, welcher seiger liegt über einem Grubenpuncte a, so daß also beide, a und a', in derselben Seigerlinie liegen.

Auflösung. 1) Man verrichte, nach §. 39, vom Puncte a, dessen Oertung an Tag zu bringen ist, einen Grubenzug bis an die äußersten Ränder eines Schachtes über Tage, d. i. bis an die Hängebank desselben, oder, kommt man bei'm Abziehen in Stollen, bis an den Stock der Ausgangsthür bei einem Stollen, oder, wie man zu sagen pflegt, bis an den Thürstock eines Stollenmundloches, und bemerke im Winkelbuche alle berechneten Markscheiderwinkel nach §. 42. Da es sich hier vorzüglich um Genauigkeit handelt, so verrichte man auch einen Gegenzug.

2) Der Endpunct des Grubenzuges an der Hängebank des Schachtes oder der Punct im Thürstocke des Stollenmundloches ist nun der Anhaltungspunct eines Tagezuges, den man zu verrichten hat. Man mißt mit der Kette die seigere Linie zwischen dem Schraubenpuncte und der Dammerde und trägt diese gemessene Größe in die ersten Rubriken des Winkelbuches ein, nämlich: „st. 90°“ und in die letzte Rubrik „Anmerkungen“ schreibt man: „von Sohle bis Stollenmundloche — über Tage fortgezogen.“

3) Aus den Rubriken des Winkelbuches über den verrichteten Grubenzug kann man angeben, wohin sich der Tagezug erstrecken muß, nämlich, es wird der Tagezug die entgegengesetzte Richtung des Grubenzuges nehmen müssen. Ferner läßt sich aus den einzelnen flachen Schnüren, nämlich ihren Größen und ihrem Streichen beurtheilen, wohin beiläufig der Punct a', d. i. der Endpunct des Tagezuges hinfällt, welcher seiger liegen soll über dem Grubenpuncte a.

4) Der Tagezug beginnt nun damit, daß der eine von den beiden Gehülfen, welche während des Grubenzuges das Auf- und Abwickeln der Schnüre auf Rollen, sowie ihr Fortziehen besorgten, §. 39, 3, 10, die Schlinge einer andern höchstens 8 Lachter langen Schnur in die

Schraube des Anhaltungspunctes an der Hängebank des Schachtes oder an dem Thürstocke des Stollenmundloches einhängt, während der zweite Gehülfe eine Schraube in einen Markscheiderbock einschraubt, auf dieselbe das andere Schnurende einhängt und mit dem Bocke sich in jene Gegend verfügt, wohin sich der Tagezug erstrecken soll, nämlich so weit, als es die eingehängte Schnur gestattet. Hier stellt er den Markscheiderbock so auf, daß die gespannte Schnur mit dem Bocke ein Winkelkreuz macht, und setzt sich auf denselben.

5) Der Markscheidergehülfe mißt die flache Schnur, bestimmt ihre Mitte, hängt da den Gradbogen auf, sagt dem Markscheider den Neigungswinkel an, während der letztere mit dem Compaß nach bekannter Art das Streichen der flachen Schnur observirt und hierauf die Größe der flachen Schnur, ihre Neigung, die Weltgegenden und das Streichen in das Winkelbuch einträgt.

6) Ist dies verrichtet, so schraubt der erste Gehülfe die Schraube aus dem Anhaltungspuncte des Tagezuges und schraubt sie in den Kopf eines zweiten Markscheiderbockes ein, geht zum zweiten Gehülfen, der auf seinem Bocke noch sitzt und sitzen bleiben muß, nimmt da das andere Ende der Schnur von der Schraube und hängt dasselbe in die Schraube seines Markscheiderbockes ein; er geht hierauf nach Vorwärts so weit, bis der am ersten Bocke sitzende Gehülfe das andere Ende der vom ersten Gehülfen nachgezogenen Schnur erfaßt und in die Schraube seines Bockes eingehängt hat, worauf wie in 5 manipulirt wird.

7) Nun geht das Wechseln der beiden Gehülfen mit ihren Böcken oder vielmehr das Vorwärtsschreiten des hintern Gehülfen, wie bei'm Abwägen erwähnt wurde, regelmäßig fort, bis man in der Gegend ankommt, wo man den Punct a' vermuthet, welcher seiger über dem Anfangspunct a des Grubenzuges liegen soll.

8) In diesem Endpuncte des Tagezuges wird ein Stab oder Pfahl in die Dammerde seiger eingesteckt, welchen Pfahl man den Abgebepfahl oder auch den verlornen Pfahl nennt, sowie man den Punct in der Erde, wo dieser Pfahl steckt, den Abgebepunct oder den verlornen Punct nennt.

9) Bei dem ganzen Tagezuge ist das Nämliche zu beobachten, was bei'm Grubenzuge gilt; auch da werden zur leichteren Berichtigung etwaiger vorgekommener Fehler in Stationen von gegen 50 Lachter Entfernung fixe Puncte gewählt und diese im Winkelbuche angemerkt, z. B. Mark- oder Lochsteine, Säulen, Bäume, Gebäude u. s. w.

Deßwegen ist es gut, daß der Markscheider vor dem Tagezuge sich in die Kenntniß der Gegend setzt und, wie bei'm Feldmessen, sich eine Skizze des Terrains, ein Brouillon, entwirft.

10) Um nun zu bestimmen, ob der Abgebepunct wirklich seiger über dem Grubenpuncte **a** liege und um die vorkommende Abweichung zu berichtigen, kann man auf eine zweifache Art verfahren, nämlich:

A. Man berechne den ganzen Zug nach §. 41 und verfertige nach Angabe §. 45 oder §. 46 einen genauen Grundriß desselben.

Fällt nun nach der Zeichnung der Endpunct des Tagezuges, nämlich der Abgebepunct, auf den Grubenpunct **a**, so hat man den Punct **a'** über Tage gefunden. Dieses wird in Fig. 33 versinnlicht, wo die stärker zugelegten flachen Schnüre **ab**, **bc**, **cd** u. s. f. den Grubenzug, die schwächer zugelegten den Tagezug **mfg** u. s. f. bezeichnen; **m** ist der Anhaltungspunct des Tagezuges an der Hängebank eines Tageschachtes.

Es wird aber nur in seltenen Fällen vorkommen, daß der Abgebepunct oder Endpunct des Tagezuges auf den Gruben- oder Anhaltungspunct des Grubenzuges fällt, sondern es werden beide Puncte **a** und **a'** um eine horizontale Entfernung von einander abstehen. Es sei in Figur 34 **a** der Punct in der Grube, **a'** der verlorne Punct oder Endpunct des Tagezuges, so braucht man am Grundrisse nur **a** mit **a'** durch die Gerade **aa'** zu verbinden, um diese horizontale oder söhlige Entfernung zu erhalten.

Um nun auch den wahren Punct über Tage zu finden, orientire man den Grundriß am Zulegetische, d. i., man lege an die am Risse gezogene wahre Mittagslinie **SN** die lange Seite des festgestellten Zulegecompasses und drehe das Papier so lange, bis die Nordspitze der frei spielenden und ruhig gewordenen Magnetnadel mit der zwölften Stundenlinie des Compasses jenen Winkel

macht, welcher dem Streichen der Mittagslinie entspricht. Dieses Drehen des Papieres muß sachte vor sich gehen und die lange Seite des Zulegeinstrumentes immer an der gezogenen **SN** genau anliegen.

In dieser Lage befestige man das Papier am Tischblatte mit Bleiwürfeln oder kleinen Tischlerschrauben; denn in dieser Lage des Papieres sind die am Grundrisse zugelegten flachen Schnüre mit jenen in der Wirklichkeit gedachten parallel.

Nach der Orientirung des Risses legt man an die Verbindungslinie **aa'** die lange Seite des Zulegecompasses, so daß der Punct **N** der zwölften Stundenlinie gegen **a** und **S** gegen **a'** gekehrt ist, und beobachtet das Streichen dieser Linie **a'a**; gesetzt, es hakt die Nordspitze der Magnetnadel in **NW** 8^h 2 ein, oder in Graden ausgedrückt 123° 45'.

Man faßt ferner mit dem Zirkel die Verbindungslinie **a'a** und sucht behutsam ihr Maß an demjenigen Maßstabe, den man bei'm Rißfertigen gebrauchte; es sei **a'a** = 58 Lachter gefunden worden.

Es handelt sich nun endlich darum, über der Dammerde von dem Abgebepuncte **a'** eine solche flache Schnur zu ziehen, deren Endpunct seiger liegt über dem Grubenpuncte **a**. Da man aber am Grundrisse **a'a** gezogen hat, so ist **a'a** = 5·8 Lachter = der Sohle der erst zu suchenden flachen Linie, deren Streichen zwar eben dasselbe wie der bekannten Sohle, nämlich **NW** 8^h 2 ist, deren Größe und Neigung aber noch unbekannt sind; denn stellen wir uns in Fig. 30 unter **ag** die am Risse gezogene Sohle **aa'** = 5·8 Lachter vor, so ist **ab** zu bestimmen. Man hat aber $ab : ag = 1 : \text{cosin.} \sphericalangle x$, woraus als Formel für unsern Fall $ab = \frac{ag}{\text{cosin.} \sphericalangle x}$ folgt.

Man lasse also durch einen Gehülfen über den Abgebepunct **a'** einen Markscheiderbock so setzen, daß der Schraubenpunct desselben genau über **a'** zu liegen komme, was durch ein Loth erreicht wird, worauf sich der eine Gehülfe auf diesen Bock setzt; der andere Gehülfe geht mit einem zweiten Markscheiderbocke so weit, als es die in den Schrauben beider Böcke eingehängte Schnur gestattet. Der Markscheider hängt bei **a'**, im Anfangs-

puncte, an die flache Schnur den Hängecompaß so auf, daß N der zwölften Stundenlinie gegen den Endpunct der flachen Schnur gekehrt ist, und läßt nun den andern Gehülfen, der nach Vorwärts ging, seinen Bock so lange nach Rechts oder Links, aber ganz sachte und behutsam, rücken, bis die im Compasse frei spielende Nordspitze der Magnetnadel in demselben Quadranten, in jener Stunde und ihren Theilen einhakt, die man früher als Streichen der söhligen Linie oder der Sohle a'a gefunden hat; also bis die Nordspitze der Nadel NW 8^h 2 zeigt. Dieses Verfahren, nämlich eine flache Schnur zu ziehen, die ein gegebenes Streichen haben soll, nennt man das Streichen der Linie abgeben.

Ist dies geschehen, so hat man schon die Richtung der flachen Linie gefunden, deren Größe aber noch aus der obigen Formel zu finden ist; denn nicht jede flache Linie hat zur Sohle 5·8 Lachter. Der Markscheider beobachte mit dem Gradbogen den Neigungswinkel der flachen Schnur; gesetzt, er sei $20\frac{3}{4}$ p, oder in Graden und Minuten ausgedrückt 20° 50′, somit ist die zu suchende Größe der flachen Schnur nach obiger Formel $= \frac{5 \cdot 8}{\cos. 20^0\ 50'}$ $= \frac{5 \cdot 8}{0 \cdot 934619} = 6 \cdot 205$ Lachter, welche nun mit der Kette und dem Achtelstabe auf der flachen Schnur von ihrem Anfangspuncte a' gemessen werden. In dem Endpuncte dieser 6·205 Lachter wird ein Loth eingehängt, dessen Senkel auf der Dammerde den wahren Punct bezeichnet, welcher seiger über dem Grubenpuncte a liegt, d. i., man hat die Oertung des Punctes a an Tag gebracht und der Punct am Boden ist der Ortpunct.

B. Hätte man den ganzen Zug, d. i. Gruben- und Tagezug, nach Länge und Breite berechnet, so braucht man nicht erst einen Grundriß desselben zu fertigen, um zu untersuchen, ob der Abgebepunct zugleich der Ortpunct ist. Man addire nämlich die berechneten Längen und Breiten der einzelnen flachen Schnüre: ist die Summe der Läugen, als auch jene der Breiten, gleich Null, so zeigt der Abgebepfahl richtig den Punct in der Dammerde, welcher seiger liegt über dem Grubenpuncte a. Da aber auch hier, wie bei der früheren Methode A., dies selten

eintreffen wird, so wird man auch hier vorläufig die Sohle und ihr Streichen zu suchen haben.

Da die Summe der Längen nicht Null sein wird, so nehmen wir an, sie sei $= L = 3$ Lachter und die Summe der Breiten $= B = 4{\cdot}5$ Lachter. Die Länge L und Breite B sind aber, wie Jedermann einsehen wird, die Länge und Breite der zu suchenden Sohle zwischen Abgebepunct und Ortpunct, und zwar nach den entgegengesetzten Weltgegenden des Winkelbuches. Nennen wir die zu suchende Sohle s, so ist nach §. 22 die Gleichung $s^2 = L^2 + B^2$ oder $s = (\sqrt{(L^2+B^2)} = \sqrt{(3^2+4{\cdot}5^2)}$ $\sqrt{29{\cdot}25} = 5{\cdot}4041$ Lachter. Ebenso wird nach §. 22 das Streichen dieser Sohle gefunden; nennen wir den Streichwinkel x, so ist $\text{tang. } x = \frac{\sin. \sphericalangle x}{\cos. \sphericalangle x} = \frac{L}{B} = \frac{3}{4{\cdot}5} = 0{\cdot}6666$, zu welcher Tangente man in den Tafeln den Winkel $33^0\ 45'$ findet, oder reducirt auf die bergmännische Bezeichnung $2^h\ 2$. Da aber dieses das wahre oder reducirte Streichen ist, indem die Längen und Breiten jedesmal nur nach dem reducirten Streichen berechnet werden, so wird man, um das observirte Streichen oder Streichen nach dem Compaß zu erhalten, zu dem gefundenen reducirten Streichen das Streichen der Mittagslinie hinzuaddiren müssen, indem das observirte Streichen wegen der westlichen Abweichung der Magnetnadel größer ist, als das reducirte Streichen. Es sei somit das Streichen der Mittagslinie $1^h\ \frac{1}{4}$ m oder $15^0\ 18'\ 45''$, so ist für unsern Fall das observirte Streichen der Sohle $= 2^h\ 2 + 1^h\ \frac{1}{4}\text{ m} = 33^0\ 45' + 15^0\ 18'\ 45'' = 49^0\ 3'\ 45'' = 3^h\ 2\frac{1}{4}$ m; sind die Weltgegenden nach dem Winkelbuche für die Länge und Breite NO, so ist das Streichen der Sohle $3^h\ 2\frac{1}{4}$ SW.

Da man nun die Sohle und ihr Streichen nach dem Compasse kennt, so läßt sich die dazu gehörige flache Linie nach der Formel dieses §. in A. berechnen; nennen wir die Größe der flachen Schnur $= f$, die Sohle $= s$ und den Neigungswinkel der flachen Linie oder Schnur x, so ist $f = \frac{s}{\cos. x}$.

Das weitere Verfahren ist wie bei der früheren Methode A.: man läßt im Abgebepuncte einen Markscheiderbock setzen, und ein zweiter Gehülfe rückt den zweiten Markscheiderbock so lange nach Rechts oder Links, bis der bei'm Abgebepuncte eingehängte Compaß $3_h\, 2\frac{1}{4}$ SW zeigt, d. i., bis das Streichen abgegeben ist. Es sei ferner der hierauf mit dem Gradbogen bestimmte Neigungswinkel $12\frac{3}{4}\, p = 12^0\, 50'$, so ist die Größe der flachen Schnur $f = \frac{5}{\cos. x} = \frac{5{\cdot}4041}{\cos. 12^0\, 50'} = \frac{5{\cdot}4041}{0{\cdot}975020} =$ 5·5425 Lachter, welche auf der flachen Schnur vom Abgebepuncte oder Endpuncte des Tagezuges gemessen werden. In dem Endpuncte dieser 5·5425 Lachter wird an der flachen Schnur ein Loth eingehängt, dessen Senkel auf der Erde den Ortpunct angiebt, d. i. denjenigen Punct, der seiger über dem Grubenpuncte **a** liegt.

§. 53.

Oft kommt dem Markscheider der Fall vor, daß er Gränzpuncte eines zu Tage vermessenen Feldes in der Grube unter Tage anzugeben hat, damit nämlich nicht in fremde Felder hinübergebaut werde. In diesem Falle hat er somit einen Punct oder auch mehrere unter Tage anzugeben, welche seiger unter den Tagepuncten sich befinden; es ist das Umgekehrte des vorigen §. Einen Punct in der Grube so zu bestimmen, daß er seiger liegt unter einem Puncte über Tage, nennt man den Tagepunct in die Teufe fällen.

Soll ein Punct, der sich über Tage befindet, in die Teufe gefällt werden, so beobachtet man dasselbe Verfahren, welches im vorigen §. gegeben wurde, nur wird hier, wie sehr leicht einzusehen ist, der Anhaltungspunct des ganzen Zuges der Punct über Tage sein müssen, der in die Teufe gefällt werden soll, und es geht somit der Tagezug dem Grubenzuge voraus. Dasselbe Verfahren wird auch angewendet, wenn der Punct, der in die Teife gefällt werden soll, nicht über Tage, sondern in der Grube sich auf einer Strecke befindet und der andere Punct auf einer tieferen Strecke gesucht werden soll, wobei aber offenbar der ganze Zug nur aus einem Grubenzuge besteht.

§. 54.

Es ist die Seigerteufe zu bestimmen, welche sich zwischen einem Puncte **a** in der Grube und seinem Ortpuncte über Tage **a'** befindet.

Auflösung. Da nach §. 52 die Oertung des Punctes **a** bestimmt worden ist, so braucht man nur aus den gemessenen flachen Schnüren und ihren Neigungswinkeln die Seigerteufen zu berechnen; dies gilt für den Gruben- und Tagezug; hierauf wird, wie schon §. 48 gesagt wurde, die Summe der fallenden Seigerteufen von der Summe der steigenden des ganzen Zuges subtrahirt, da man voraussetzt, daß der Ortpunct höher als der Grubenpunct liegt; der Unterschied aus beiden Summen giebt die Seiferteufe zwischen dem Gruben- und Ortpuncte, oder wie man auch zu sagen pflegt, zwischen den Oertungen über und unter Tage.

§. 55.

Es ist zwischen zwei Puncten **a** und **b**, welche sich am Abhange eines Berges befinden und nicht über acht Lachter von einander entfernt sind, ein Punct **c**, Fig. 35, zu bestimmen, welcher in Bezug auf den Punct **a** eine Seigerteufe $t = 0{\cdot}8$ Lachter haben soll, vorausgesetzt, daß die Seigerteufe zwischen **a** und **b** größer als 0·8 Lachter sei.

Auflösung. In den Puncten **a** und **b** werden zwei gleich hohe Markscheiderböcke aufgestellt, so daß die Schraubenpuncte über diesen Puncten seiger und in gleichen Abständen von der Dammerde sich befinden, was, wie bekannt, durch das Loth erreicht wird. Auch könnte man, statt der Böcke, zwei Stäbe gebrauchen; jedoch müßten dieselben in die Dammerde seiger gesteckt und die Schraubenpuncte ebenfalls gleich hoch über der Dammerde liegen. Nehmen wir also an $am = bn = 8$ Zoll. Zwischen den Schraubenpuncten **m** und **n** wird nun die Schnur recht straff gespannt und mit dem Gradbogen der Neigungswinkel $x = 20\frac{1}{4}$ m $= 20^{0}\ 10'$ bestimmt. Denkt man sich durch den Punct **c**, der erst bestimmt werden soll, die seigere **dcg** und durch **m** die söhlige Linie **mg** gezogen, so ist **md** das zu suchende Stück der flachen

Schnur, welches aus dem rechtwinkeligen Dreiecke m d g gefunden wird, indem $md = \frac{t}{\sin. x} = \frac{0{\cdot}8}{\sin. 20^0\ 10'} = \frac{0{\cdot}8}{0{\cdot}344752}$ 2·3205 Lachter. Diese Größe wird auf der flachen Schnur von m gegen d gemessen und in dem Endpuncte d ein Loth aufgehängt, dessen Länge von dem Puncte d bis zum Seigerpuncte c ebenfalls gemessen wird. Findet man, daß cd = am = bn = 8 Zoll, so ist c wirklich der wahre Punct am Abhange des Berges, welcher in Bezug auf a um 0·8 Lachter höher liegt. Wäre aber diese seigere Länge des Lothfadens d c größer als 8 Zoll, z. B. es wäre d c = 9·5 Zoll gefunden worden, so liegt der wahre Punct um 9·5 — 8 = 1·5 Zoll höher. Man steckt in diesem Falle in c einen Stab seiger ein, mißt auf demselben von unten nach aufwärts diese 1·5 Zoll ab, was durch c o angedeutet ist; in dem Endpuncte o dieser gemessenen c o zieht man eine horizontale, söhlige Schnur in der Richtung der flachen Schnur m n, nämlich o s, und es ist s der wahre Punct in der Dammerde. Wäre endlich der seigere Faden des Lothes c d kleiner als am = bn = 8 Zoll, z. B. wäre c d durch Messung 6·5 Zoll gefunden worden, so liegt der wahre zu bestimmende Punct um 8 — 6·5 = 1·5 Zoll tiefer als c und man müßte in c durch einen Gehülfen eine Schnur halten lassen und in einiger Entfernung, gegen a zu, einen Stab in der Richtung der flachen Schnur seiger einstecken, an diesem von unten nach aufwärts 1·5 Zoll abmessen, was durch r k bezeichnet ist, und in dem Puncte k das andere Ende der Schnur anhalten und selbe spannen; ist sie horizontal, so ist r der gesuchte wahre Punct; wäre sie aber das nicht, so bewegt man den Stab nach auf- oder abwärts so lange, bis die bei dieser Bewegung des Stabes stets an den Punct k angehaltene Schnur eine söhlige Lage hat. Diese Bewegung des Stabes muß aber immer in der Richtung m n geschehen, wobei der Stab auch seiger zu halten ist.

In allen Fällen wird also der wahre Punct auf der Dammerde gefunden; gesetzt, er sei c. Das Verfahren läßt sich aus Folgendem rechtfertigen: Im Dreiecke m d g ist

$md : dg = 1 : \sin. \sphericalangle x$, woraus $md = \frac{dg}{\sin. \sphericalangle x}$; nun ist $dg = dc + cg$, aber $dc = am = gp$, also auch $dg = gp + cg = cp = t = 0{\cdot}8$, somit

$$md = \frac{t}{\sin. \sphericalangle x}.$$

Dies Beispiel gilt, wenn der Berg aufsteigt und vom unteren Puncte a manipulirt wird. Ist aber zwischen a, einem höher gelegenen Puncte, Fig. 36, und einem tiefer gelegenen b ein Punct c anzugeben, so ist die Operation dieselbe, wie früher, nur läßt sich dasselbe Verfahren auf folgende Weise rechtfertigen:

Ist nämlich md das zu bestimmende Stück der flachen Schnur mn, x der Neigungswinkel gegen die Sohle, welcher Winkel hier ein Fallen ausdrückt, da von a aus der Winkel bestimmt wird, und ist t die gegebene Seigerteufe, um welche der Punct c tiefer liegen soll, so ist auch hier $md = \frac{t}{\sin. \sphericalangle x}$. Denn denkt man sich durch die Puncte a und m söhlige Linien, durch c eine seigere kp gezogen, welche in g und p jene beiden söhligen Linien schneidet; ebenso zieht man aus a eine seigere und aus b eine söhlige, daß pmkf in einer durch die Schnur gelegt gedachten Seigerebene liegt, so ist im rechtwinklichen Dreiecke pdm

$$md : dp = 1 : \sin. \sphericalangle x', \text{ woraus } md = \frac{dp}{\sin. \sphericalangle x'}$$

und weil $am = pg = nb = dc$, so ist auch

$dp = pc - dc = pc - pg = gc$, auch ist $\sphericalangle x' = \sphericalangle x$, somit, in obiger Gleichung diese Werthe substituirt, $md = \frac{gc}{\sin. \sphericalangle x}$; ferner ist $gc = t$ oder die Seigerteufe, um welche c tiefer als a liegen soll; denn denkt man sich durch c die söhlige cs gezogen, so ist $gc = as = t$; somit auch hier $md = \frac{t}{\sin. \sphericalangle x}$.

Anmerkung. Oft kommt auch der Fall vor, daß diese Aufgabe unter Tage aufzulösen ist, wo man sich nur der Spreitzen statt der Stäbe und der Markscheiderböcke zu bedienen hat und darauf sehen muß, daß die

Schraubenpuncte so viel, als möglich, gleich hoch über der Ortssohle stehen.

§. 56.

Unter Tage ist ein Punct a, Fig. 37, gegeben; von diesem soll ein Gang so getrieben (gegraben) werden, daß auf m = 100 Lachter Länge dieses zu treibenden Ganges n = 0·25 Lachter Gefälle oder Rösche kommen; ferner soll von einem gegebenen Puncte b über Tage ein Schacht seiger abgesunken (gegraben) werden; man verlangt die Seigerteife dieses Schachtes zu wissen bis zu jenem Puncte unter Tage, wo er mit dem Gange durchschlägig wird.

Auflösung. Man verrichte von dem gegebenen Puncte a unter Tage einen Zug bis über Tage zu dem ebenfalls gegebenen Puncte b, wovon also der Grubenzug die Richtung von a gegen c und der sich ihm unmittelbar anschließende Tagezug die Richtung von d gegen b haben wird. In dem Anhaltungspuncte a des ganzen Zuges messe man mit der Kette den seigern Abstand vom Boden, wo man steht, bis zum Schraubenpuncte, und trage diese Seigerlinie in die Rubrik des Winkelbuches: „Seigerteufe — steigend" ein und verfahre übrigens, wie bereits früher gesagt wurde. Nun wird der ganze Zug berechnet und man findet aus der algebraischen Summe aller berechneten Seigerteufen die Seigerteufe zwischen den Puncten a und b, nämlich die Größe der Linie bp, wenn ap die gedachte Sohle ist; setzen wir die auf diese Weise gefundene Seigerteufe bp = t = 40·8 Lachter. Ebenso ergiebt sich auch aus dem berechneten ganzen Zuge der horizontale Abstand oder die Sohle zwischen den Puncten a und b, d. i. die Größe der Linie ap; die ist nämlich, wenn L die algebraische Summe der Längen und B jene der Breiten des ganzen Zuges bezeichnet, $= \sqrt{(L^2 + B^2)} = s$ oder s = ap = 20·4 Lachter, da sie bekannt ist.

Denkt man sich nun unter akog den seigern Durchschnitt des zu treibenden Ganges, der nach der Bedingung der Aufgabe auf m Lachter seiner Ausdehnung in die Länge eine Rösche von n Lachtern haben soll, so ist, weil die wahre Ausdehnung in die Länge dieses Ganges, d. i. weil ag noch unbekannt = x Lachter ist, die zu suchende

Rösche gp für x Lachter aus folgender Proportion zu finden:

$$m : x = n : gp, \text{ woraus } gp = \frac{n}{m} \cdot x \text{ folgt.}$$

Um aber die Länge ag = x des zu treibenden Ganges zu finden, hat man in dem rechtwinkeligen Dreiecke agp

$$\overline{ag}^2 = x^2 = \overline{ap}^2 + \overline{ag}^2 = s^2 + \left(\frac{n}{m} \cdot x^2\right).$$

In dieser Gleichung ist immer $\frac{n}{m}$ ein ächter Bruch, der sich durch einen Decimalbruch ausdrücken läßt, so in unserem Falle $\frac{0{\cdot}25}{100} = 0{\cdot}0025$; setzen wir also $\frac{n}{m} = q$, so ist

$$x^2 = s^2 + q^2 x^2, \text{ woraus } x^2 - q^2 x^2 = s^2$$

oder $x^2 (1 - q^2) = s^2$ und $x = \sqrt{\left(\frac{s^2}{1-q^2}\right)}$ $= \frac{s}{\sqrt{(1-q^2)}}$ folgt.

Substituirt man diesen Werth von x in der obigen Gleichung für die Rösche, so ist

$$gp = \frac{n}{m} \cdot \frac{s}{\sqrt{(1-q^2)}} = q \cdot \frac{s}{\sqrt{(1-q^2)}} = \frac{qs}{\sqrt{(1-q^2)}}.$$

Ist ferner die Höhe des zu treibenden Ganges, nämlich og = h = 1·4 Lachter, so findet man die Seigerteufe des Schachtes bis zum Durchschlagspuncte o, nämlich

$$bo = bp - op = bp - (gp + og) = t - \left(\frac{q \cdot s}{\sqrt{(1-q^2)}} + h\right),$$

was als Formel für die Seigerteufe des abzusinkenden Schachtes bis zum Durchschlage gilt.

Nach unserem speciellen Falle ist somit diese Seigerteufe $bo = 40{\cdot}8 - \left(\frac{0{\cdot}0025 \cdot 20{\cdot}4}{\sqrt{(1-0{\cdot}0025^2)}} + 1{\cdot}4\right).$

Da aber in diesem Falle $\sqrt{(1-0{\cdot}0025^2)}$ als ein von der Einheit unbedeutend abweichender Nenner anzu-

sehen ist, und somit in der Praxis, ohne einen Fehler zu begehen, weggelassen wird, so reducirt sich die Gleichung auf $bo = 40·8 - (0·0025 · 20·4 + 1·4) = 40·8 - 1.451 = 39·349$ Lachter.

Anmerkung. 1) Wollte man die wahre Länge des zu treibenden Ganges, nämlich ag, in Lachtern ausgedrückt wissen, so hat man dafür aus dem Vorigen die Gleichung

$$x = ag = \frac{s}{\sqrt{(1 - q^2)}} = \frac{20·4}{\sqrt{(1 - 0·0025^2)}} = \frac{20·4}{0·999} = 20·4204 \text{ Lachter.}$$

2) Um die wahre Rösche des Ganges zu wissen, ist

$$gp = \frac{qs}{\sqrt{(1 - q^2)}} = \frac{0·0025 · 20·4}{0·999} = 0·051 \text{ Ltr.}$$

3) Um den Neigungs- oder Röschwinkel zu erhalten, welchen das Loth am Gradbogen zeigen muß, wenn der Gang dies Gefälle oder diese Rösche bekommen soll, hat man, wenn y den Röschwinkel bezeichnet:

$$\sin. \sphericalangle y = \frac{gp}{ag} = \frac{0·051}{20·4204} = 0·002,$$ und

sucht man zu diesem sinus den zu ihm gehörenden Winkel in den trigonometrischen Tafeln, so findet man denselben = 10′ oder $0\frac{1}{4}$ m.

Genauer und leichter ist dieser Winkel zu bestimmen aus $\sin. \sphericalangle y = \frac{n}{m} = \frac{0·25}{100} = 0·0025$, wo zu diesem sinus ebenfalls 10′ oder $0\frac{1}{4}$ m gehören.

§. 57.

Zwei Puncte oder Oerter a und b, die sich unter Tage befinden, Fig. 38, sollen mit einander durchschlägig gemacht werden; man soll folgende Stücke bestimmen:

1) in welchem Streichen oder, wie man auch zu sagen pflegt, in welcher Stunde sind die Oerter a und b gegen einander zu treiben;

2) wie groß ist die söhlige Entfernung beider Puncte, oder wie groß ist die Sohle zwischen beiden Puncten;

3) unter welchem Neigungs- oder Röschwinkel sind die Oerter gegen einander zu treiben und

4) wie groß ist die wahre Entfernung beider Puncte von einander, d. i., die gedachte Linie b a.

Auflösung. Man verrichte zwischen beiden Puncten a und b einen Zug und, da es sich hier um Genauigkeit wegen der zu machenden Rechnung handelt, auch einen Gegenzug, um etwaige vorgekommene Fehler zu verbessern. Bei dem Gegenzuge ist das bereits §. 39 unter 12 gesagte Verfahren genau zu befolgen.

Hat man alle Markscheiderwinkel richtig befunden, berechnet und in das Winkelbuch gehörig eingeschrieben, so findet man

1) Das Streichen, in welchem die Oerter a und b gegen einander zu treiben sind, wenn man die Längensumme L und die Breitensumme B des ganzen Zuges berechnet, so ist, wenn x den Streichwinkel anzeigt, nach §. 22,

$$\text{tang. } x = \frac{L}{B}.$$

2) Denkt man sich a mit b verbunden, die söhlige b g und die seigere a g so gezogen, daß die Ebene des Dreieckes b a g seiger steht, so findet man die söhlige Entfernung beider Puncte oder die Sohle b g = e nach §. 22

$$e = \sqrt{(L^2 + B^2)} = \frac{L}{\sin x} = \frac{B}{\cos x}.$$

3) Die wahre Entfernung b a zwischen a und b wird aus dem rechtwinkeligen Dreiecke b a g gefunden; man hat

$b a = \sqrt{(\overline{b g}^2 + \overline{a g}^2)} = \sqrt{(e^2 + t^2)}$, wo $t = a g$ die gefundene Seigerteufe aus dem Abschlusse der einzelnen Seigerteufen bezeichnet, die zwischen a und b liegt.

4) Ist y der Neigungs- oder Röschwinkel, so ist

$$\text{tang } y = \frac{t}{e}.$$

Um dies durch ein Beispiel zu erläutern, sei aus dem berechneten Grubenzuge die Längensumme L = — 18·56 Ltr., also westlich; die Breitensumme B = 20.4 Ltr. nördlich; die Seigerteufe zwischen a und b nämlich t = 1·8 Ltr., so ist nach 1 für das Streichen

tang. $x = \frac{12 \cdot 23}{20 \cdot 4} = 0{\cdot}599509$; zu dieser Tangente gehört der Winkel 30° 56′ 15″.

Da man aber aus der berechneten Längensumme und Breitensumme nur das reducirte Streichen erhält und die Oerter a und b doch nach dem Streichen, wie es der Compaß anzeigt, d. i., nach dem observirten Streichen gegen einander zu treiben sind, so muß das Streichen der Mittagslinie zu dem reducirten Streichen hinzuaddirt werden, um das observirte Streichen zu erhalten. Es sei das Streichen der Mittagslinie zur Zeit des verrichteten Grubenzuges $1^h \frac{1}{4}$ m = 15° 18′ 45″, so ist das Streichen nach dem Compaß 30° 56′ 15″ + 15° 18′ 45″ = 46° 15′ = $3^h \frac{3}{4}$ m.

Im Compasse liegt aber diese Stunde und ihre Theile sowohl im nord-östlichen, als auch im süd-westlichen Quadranten; es entscheidet hier die Weltgegend der Längen- und Breitensumme; es ist nämlich Ort a gegen b nach dem Streichen SW $3^h \frac{3}{4}$ m und Ort b gegen a nach dem Streichen NO in derselben Stunde $3^h \frac{3}{4}$ m zu treiben.

Wäre ein Grundriß des verrichteten Grubenzuges angefertigt worden, so findet man, ohne erst eine Rechnung anzustellen, das Streichen, in welchem die Orter a und b gegen einander zu treiben sind, wenn man den Riß mittelst des Zulegecompasses nach der am Plane gezogenen Mittagslinie orientirt, a mit b durch eine Gerade verbindet, hierauf auf ab den festgestellten Zulegecompaß anlegt und nachsieht, in welchem Quadranten, in welcher Stunde und ihren Theilen die Nordspitze der ruhig gewordenen Magnetnadel einspielt. Die Lage des Grundrisses und der Compaß zeigen, wie a gegen b und b gegen a getrieben werden soll.

Nach 2 dieses §. ist für die Sohle bg = e = $\sqrt{(12{\cdot}23^2 + 20{\cdot}4^2)} = 23{\cdot}78$ Ltr.

Nach 3 ist die wahre Entfernung oder Ortslänge beider Puncte ba = $\sqrt{(23{\cdot}78^2 + 1{\cdot}8^2)} = 23{\cdot}848$ Lachter.

Nach 4 ist für den Röschwinkel

tang. $y = \frac{1{\cdot}8}{23{\cdot}78} = 0{\cdot}07568$, wozu der Winkel 4° 20′ oder $4\frac{1}{4}$ p gehört.

Wollte man endlich wissen, wie viel Gefälle oder Rösche man auf ein jedes Lachter dieser wahren Ortslänge ba zu geben hat, so ist dieselbe $= \frac{t}{ba} = \frac{1 \cdot 8}{23 \cdot 848} = 0^0 07547$ Ltr. $= 7 \cdot 547$ Lachterzoll.

§. 58.

Es ist das Streichen einer flachen Linie in dem Liegenden einer Lagerstätte $= x = 6\frac{1}{4}$ m NW, der Neigungswinkel dieser flachen Linie $= y = 10\frac{3}{4}$ p und das Streichen der Lagerstätte §. 19, §. 37, sei $= z$ $11\frac{3}{4}$ NW; man soll das Fallen der Lagerstätte, d. i., den Fallungswinkel derselben §. 19 bestimmen.

Auflösung. Ist in Fig. 39 die Ebene PQ das Liegende einer Lagerstätte, BCAD die gedachte Sohle, so ist die Durchschnittslinie beider Ebenen, nämlich die an, die Streichungslinie der Lagerstätte (§. 19).

Ist ab die gegebene flache Linie, so liegt selbe nach der Bedingung der Aufgabe in der Ebene PQ und macht den Neigungswinkel cam $= y = 10\frac{3}{4}$ p $= 10^0 50'$. Zieht man in der Ebene PQ auf am die seigere fc, so ist sie die Fallungslinie der Lagerstätte; wird aus c auf die Sohle BCAD die Seigerlinie cm und aus a durch den Seigerpunct m die Linie ag in BCAD gezogen, so ist diese Linie ag die Streichungslinie der flachen Linie ab. Weil nun das Streichen der flachen Linie $= x$ und das Streichen der Lagerstätte, daher auch das Streichen der Linie af $= z$ gegeben wurde, so läßt sich aus dem Streichen der Linien ag und am auch der innere Winkel maf $= x'$ bestimmen; es ist nämlich $x' = z - x = 10\frac{3}{4}$ p $- 6\frac{1}{4}$ m $= 151^0\ 33'\ 45'' - 90^0\ 18'\ 45'' = 61^0\ 15' =$ maf.

Verbindet man m mit f, so ist, weil cm auf CABD seiger steht, auch Winkel cmf ein rechter und man hat zuerst in dem rechtwinkeligen Dreiecke amc

cm = ac . sin. acm = ac . sin. y.

am = ac . cosin. acm = ac . cosin. y.

Im rechtwinkeligen Dreiecke amf ist:

mf = am . sin. maf = am . sin. x', und wird der

Werth von am aus früherer Gleichung hier substituirt, so ist mf = ac . cosin. y . sin. x'.

In dem rechtwinkeligen Dreiecke cfm ist

$$\text{tang.} \sphericalangle \text{cfm} = \frac{\text{cm}}{\text{mf}} = \frac{\text{ac.sin. y}}{\text{ac.cos.y.sin.x'}} = \frac{\text{sin. y}}{\text{cos. y}} \cdot \frac{1}{\text{sin. x'}} = \text{tang y} \cdot \frac{1}{\text{sin. x'}} = \frac{\text{tang. y}}{\text{sin. x'}};$$

nun ist aber Winkel cfm der Fallungswinkel der Lagerstätte, also ist auch das Fallen derselben bestimmt.

Nach unserem Beispiele ist daher

$$\text{tang. cfm} = \frac{\text{tang. } 10^{\circ}\,50'}{\text{sin. } 61^{\circ}\,15'} = \frac{0{\cdot}191363}{0{\cdot}873923} = 0{\cdot}2189702$$

zu welcher Tangente der Winkel 12° 21' als Fallungswinkel der Lagerstätte gehört.

§. 59.

Es ist Fig. 39 das Streichen der flachen Linie ab in dem Liegenden PQ einer Lagerstätte = x = $6\frac{1}{4}$ mNW, der Neigungswinkel dieser ab sei = y = $10\frac{3}{4}$ p = 10° 50' und das Fallen der Lagerstätte = r = $20\frac{3}{4}$ p = 20° 50'; man soll das Streichen der Lagerstätte finden.

Auflösung. Nach der letzten Gleichung des vorigen §. ist $\text{tang. cfm} = \text{tang r} = \frac{\text{tang. y}}{\text{sin. x'}}$ und weil x' hier unbekannt ist, so hat man

$$\text{sin. x'} = \text{sin. maf} = \frac{\text{tang. y}}{\text{tang. r}} = \text{tang. y} \cdot \frac{1}{\text{tang. r}} = \text{tang. y . cotang. r.}$$

Nach §. 29 kann man nun das Streichen der Linie af finden, da der innere Winkel x' = maf aus letzter Gleichung bestimmt werden kann und auch das Streichen des einen Schenkels dieses inneren Winkels, nämlich das Streichen von am, gegeben ist.

In unserm speciellen Falle ist daher:

sin. x' = sin. maf = tang. 10° 50' . cotang. 20° 50' = 0·191363 . 2·627912 = 0·402885.

Zu diesem sinus gehört der Winkel 23° 45'; da also maf bekannt, eben so das Streichen von am =

$6\frac{1}{4}$m = 90° 18′ 45″ NW beträgt, so ist das Streichen des andern Schenkels af, somit auch das Streichen der Lagerstätte 23° 45′ + 90° 18′ 45″ = 114° 3′ 45′ NW, da angenommen ist, daß beide Schenkel am und af in demselben Halbhorizonte liegen.

§. 60.

Der Markscheider kommt manchmal in die Lage, den Cubikinhalt des ausgegrabenen oder ausgehauenen Raumes eines Lagers oder Flötzes zu bestimmen. Besonders ist dies der Fall beim Steinkohlen- und Kalkbergbau. Er verfahre hiebei nach folgenden Regeln:

1) Nehmen wir an, es sei Fig. 40 abcs der ziemlich parallelepipedische, ausgehauene Raum eines solchen Lagers, dessen cubischen Inhalt man anzugeben hat. Man verrichte zuerst einen Markscheiderzug und fertige einen genauen Grundriß dieses Lagers an. Man messe mit der Lachterkette die Breite os der Lagerstätte, welche zugleich die Streichungslinie der Lagerstätte ist, und sollte diese Breite sich an einigen Stellen der Lagerstätte ändern, so wird auch bei den einzelnen Markscheiderwinkeln die Breite des ausgehauenen Raumes bei jedem Schraubenpuncte gemessen und darnach nach dem verjüngten Maße der Grundriß angefertigt, indem diese verjüngten Breiten als Ordinaten in den Endpuncten der einzelnen zugelegten flachen Linien des Grundrisses mit dem Zirkel aufgetragen und die Endpuncte dieser aufgetragenen Ordinaten durch gerade Linien verbunden werden. Der Grundriß stellt also dann die söhlige Projection des Liegenden osfb vor. Ferner berechne man den Flächeninhalt der zugelegten Sohle osfb am Grundrisse; er sei gleich F. Endlich halte man in irgend einem beliebigen Puncte n des Hangenden agce ein Loth nd, dessen Senkel d bis an das Liegende streift und messe diese Länge; sie sei = k; so ist der cubische Inhalt des ausgehauenen Raumes = F. k. Es ist aber hier zu bemerken, daß man, wenn der Raum abcs zu sehr von der Gestalt eines Parallelepipedes abweichen sollte, in den abweichendsten Stellen des Lagers die Ablothungen mit dem Senkel vornehmen und das arithmetische Mittel aus den verschiede-

nen gemessenen Längen des Lothes in Rechnung nehmen müßte. Ist daher z. B. der Flächeninhalt des Lagers am Grundrisse = 140 □ Ltr. und ist die Länge des Lothes von einem Saalbande zum andern = 2·8 Ltr. gemessen worden, so ist der Körperinhalt des Lagers = 140.2·8 = 392 Cubikltr.

Der Beweis für dieses Verfahren ergiebt sich aus Folgendem:

Man kann sich nach geometrischen Grundsätzen das schiefe Parallelepiped **abcs** in ein rechtwinkeliges **osmbp** verwandelt denken, welches denselben Cubikinhalt mit dem ersten hat. Man hat demnach zum Cubikinhalt = **md.os.sb.:I.**

Denken wir uns wegen der leichteren Uebersicht in Fig. 41 den seigern Durchschnitt dieses Lagers, so ist **md** = **cosin. z.nd.** Nun ist **x + y** = rechtem Winkel, weil **nd** die Richtung des Lothes bezeichnet, ebenso ist **z + y** = rechtem Winkel; daher **x + y = z + y** oder **x = z.** Winkel **x** ist aber der Fallungswinkel oder das Einschießen der Lagerstätte (§. 19); also ist auch **md** = **cosin. x.md.** Substituirt man diesen Werth in Gleichung **I**, so ist der Cubikinhalt = **cos. x.nd.sb** = **cos. x.sb.nd.**

In Fig. 40 ist aber **sb** die wahre Länge des Liegenden, nach Fig. 41 also = **db**, somit Cub.-Inhalt = **nd.cos. x.db** und da **cos. x.db = df**, so ist auch der Cubikinhalt = **nd.df.**

Die Linie **df** ist aber der Durchschnitt der gedachten söhligen Projection des Lagers am Grundrisse; nennt man die Fläche dieser Projection am Papiere **F** und die Länge des Lothes **nd** = **k**, so ist der Cubikinhalt = **F.k.**

2) Ist der ausgehauene Raum eines Kohlen- oder Kalk- u. s. w. Lagers zu sehr von der Gestalt eines Parallelepipedes abweichend, so kann der Cubikinhalt nach folgender Methode ziemlich genau gefunden werden, ohne erst einen Grundriß entwerfen zu müssen.

Der Markscheider besichtiget den ganzen ausgehauenen Raum und nimmt vorzüglich jene Stellen desselben in's Augenmerk, die am meisten abweichen. Nehmen wir vorläufig an, es sei Fig. 42 dieser ausgehauene Raum. In drei Puncten **a**, **b** und **c**, die am meisten von der

geradlinigten Richtung abweichen, werden hölzerne Spreitzen geschlagen, und der Markscheider bestimmt die gedachte Fläche oder den Querdurchschnitt A des Lagers dadurch, daß er die vier Dimensionen um die in a eingeschlagene Spreitze mit der Kette mißt. Dieser gedachte Querdurchschnitt muß aber nicht parallel mit den Grundflächen C und D des ausgehauenen Raumes liegen, auch könnte diese Fläche A was immer eine Gestalt haben. So läßt sich nun die Fläche aus ihren gemessenen Seiten rein nach geometrischen Regeln berechnen. In dem zweiten Abweichungspuncte b geschieht dasselbe in Hinsicht der gedachten Fläche B und im dritten c in Hinsicht des gedachten Querschnittes E. Nun werden mit der Lachterkette die geradlinigten Entfernungen der Spreitzen gemessen, wobei zu merken ist, daß, wenn ab und bc zu weit von einander entfernt wären, als daß Schnüre straff angespannt werden könnten, Zwischenstationen gewählt werden müßten. Setzen wir ab = h und bc = h′, so hat man nach einer höheren Rechnung für den Cubikinhalt K die practische Formel:

$$K = \left(\frac{h + h'}{6}\right) \left[2 \,.\, (A + B + E) + \frac{h'}{h} (B - A) + \frac{h}{h'} (B - E)\right].$$

Nur ist das Einzige bei dem Gebrauche dieser Formel zu bemerken, daß zwischen den drei angenommenen und bestimmten Querdurchschnittsflächen, welche übrigens, wie bereits erwähnt wurde, zu einander nicht parallel sein müssen, keine solchen Flächen denkbar sein dürfen, welche bedeutend von den schon angenommenen abweichen.

Sind die Entfernungen h und h′ zwischen den Querdurchschnittsflächen gleich, so wird die Formel einfacher, man hat, wenn h = h′ ist,

$$K = \frac{h}{3} (A + 4 B + E).$$

Ist der hohle Raum des Lagers so lang, daß mehrere Querdurchschnittsflächen angenommen werden müssen, so denkt man sich diesen hohlen Raum in Abtheilungen, wovon eine jede drei solche Querdurchschnittsflächen hat, berechnet die Cubikinhalte der einzelnen Abtheilungen und

addirt dieselben. Diese Abtheilungen des hohlen Raumes können durch numerirte Pflöcke von einander gesondert werden, da eine jede Abtheilung so zu behandeln, wie bei Fig. 42 gesagt wurde.

Ist es aber möglich, einen gleichen Abstand zwischen den Querdurchschnittsflächen, zugleich auch eine gerade Anzahl, z. B. 6 derselben, zu nehmen, so ist, wenn A, B, C, D, E und F diese 6 Flächen sind,

$$K = \frac{h}{3}(A + 4\,B + 2\,C + 4\,D + 2\,E + F),$$

woraus das Gesetz auch für n Flächen, wenn n eine gerade Zahl ist, ersichtlich ist.

§. 61.

Wenn sich zwei Gänge schneiden oder, wie der Markscheider sagt, wenn sie einander durchsetzen, so nennt man die Durchschnittslinie der gleichnamigen Saalbänder, also des Hangenden oder des Liegenden, dieser beiden Gänge die Kreuzlinie der beiden Gänge. Die Kreuzlinie macht einen Winkel mit der, durch ihren Endpunct gedachten, gelegten söhligen Ebene, welchen Winkel man das Fallen der Kreuzlinie nennt. Das Fallen und Streichen der Kreuzlinie zu bestimmen, ist ebenfalls eine Aufgabe der Markscheidekunst, doch verweise ich jene, die sich weiter fortbilden wollen, auf die in der Vorrede genannten Werke über Markscheidekunst, um dem Zwecke dieser Schrift zu entsprechen.

Die bergmännische Erfahrung lehrt, daß, wenn zwei flach fallende Gänge, deren Fallen also zwischen 20°—50° ist, einander unter einem spitzigen Winkel durchsetzen, wie in Fig. 43 **AB** und **EF**, der durchsetzte Gang **AB** nicht jedes Mal in seiner Streichungslinie **ABmn**, d. i. in der geraden Richtung hinter dem andern Saalbande **ab** des durchsetzenden Ganges, wieder sich weiter erstrecke, sondern erst in einer Entfernung **mC** von der Kreuzlinie **KR** der beiden Gänge wieder fortsetze.

Ist **AB** der bekannte Theil des durchsetzten Ganges, so nennt man **CD** den andern aufzusuchenden Theil des durchsetzenden Ganges den verworfenen Gang, so wie den durchsetzenden Gang **EF** den Verwerfer.

§. 62.

Oefters wird vom Markscheider auch verlangt, die Hauptstreichungslinie einer am Papiere zugelegten Lagerstätte und ihr Streichen, nämlich das sogenannte Hauptstreichen der Lagerstätte, anzugeben.

Das Streichen der einzelnen flachen Linien oder ihrer Sohlen wird zum Unterschiede ein Specialstreichen genannt. Hat der Markscheider das Hauptstreichen einer Lagerstätte bei einem Grundrisse anzugeben, so wähle er beim vorgenommenen Zuge die fixen Puncte des Zuges in demselben Saalbande und, wäre dieses nicht immer möglich, also doch in einem Saalbande und berechnet den Zug nach Länge und Breite. Gesetzt es sei die Längensumme $= + 36{\cdot}229$, die Breitensumme $= - 30{\cdot}4$. Ferner suche man, wenn auch nicht bei jedem einzelnen Markscheiderwinkel, doch bei den meisten das Fallen der Lagerstätte nebst den gewöhnlichen Stücken nach §. 34 mit zu bestimmen und bemerke den Fallungswinkel in der Rubrik: Anmerkung. Man nimmt das arithmetische Mittel aus den einzelnen Fallungswinkeln, sind ihrer n, so hat man z. B. $\frac{24 + 30 + 12 + \ldots\ldots}{n}$ $= 60^o$, als Hauptfallen der Lagerstätte.

Um die Sohle des Zuges oder die söhlige Entfernung des Anfangspunctes vom Endpuncte des Zuges zu erfahren, hat man, wenn selbe mit s bezeichnet wird, $s = \sqrt{(L^2 + B^2)} = \sqrt{(36{\cdot}229^2 + 30{\cdot}4^2)} = 47{\cdot}289$.

Für das Streichen dieser Sohle hat man, wenn x den Streichwinkel bezeichnet,

$$\text{tang. } x = \frac{L}{B} = \frac{36{\cdot}229}{30{\cdot}4} = 1{\cdot}1917,$$ zu welcher Tangente der Winkel 50° gehört. Da dieser Winkel, Stde 3 und 5 Grad, also im Quadranten **SW** und **NO** liegen kann, so ist da die Längensumme östlich, die Breitensumme — südlich ist, das Streichen in Bezug auf den Anfangspunct des Zuges im Quadranten **NO**.

Da nun das Streichen der Sohle s und ihre Länge bekannt ist, so findet man weiter den Rösch- oder Neigungswinkel des ganzen Zuges, oder, wie man auch zu

sagen pflegt, das Ansteigen der Strecke, nach 4: §. 57; setzt man nämlich die Seigerteufe = t, so ist tang. y = $\frac{t}{s}$. Hier kann die Seigerteufe t zwischen dem Anfangs- und Endpuncte durch den Abschluß der einzelnen Seigerteufen des ganzen Zuges nach §. 48 bestimmt werden. Setzen wir t = 35·142 Ltr., so ist tang. y = $\frac{35.142}{47·289}$ = 0·74314, zu welcher Tangente der Winkel 42° gehört, was somit der Röschwinkel der Strecke ist.

Weiter läßt sich nun die Aufgabe ganz nach §. 59 auflösen, denn man hat eine Aufgabe in folgendem Sinne aufzulösen:

Es ist das Streichen der Strecke eines Zuges oder ihrer Sohle x = 50° **NO**, der Röschwinkel dieser Strecke y = 42° und das Fallen der Lagerstätte r = 60° gegeben, man soll das Streichen dieser Lagerstätte finden.

Dem §. 59 zu Folge hat man also

sin. x′ = tang. y . cotang. r = 0·74314 . cotang. 60° = 0·74314 . 0·57735 = 0·429051, zu welchem sinus der Winkel 25° 24′ 30″ gehört.

Somit ist nach §. 59 und §. 29 das Hauptstreichen der Lagerstätte 25° 24′ 30″ + 50° = 75° 24′ 30″ + 5h $\frac{1}{4}$, $\frac{m}{2}$ **NO**, was aber nur das reducirte Streichen ist, indem oben tang. x = $\frac{L}{B}$ nur das reducirte Streichen giebt; ist nun das Streichen der Mittagslinie 1h $\frac{1}{4}$ m = 15° 18′ 45″, so ist das Hauptstreichen nach dem Compaß = 75° 24′ 30″ + 15° 18′ 45″ = 90° 43′ 15″, und da dieser Winkel über 6 Stunden beträgt, so sind die Weltgegenden des Hauptstreichens in Bezug auf den Anfangspunct der zugelegten Strecke **SO** 6h 0$\frac{2}{4}$ m, wo wegen letzterem Ausdrucke, der = 90° 46′ 52″ 30‴, der kleine Fehler von 3′ 9″ 15‴ vorkommt.

Da man nun auf diese Weise das Hauptstreichen der Lagerstätte gefunden hat, so läßt sich auch durch den Anfangspunct des Zuges am Grundrisse die Hauptstreichungslinie der Lagerstätte ziehen. Man orientirt nach der am Grundrisse gezogenen Mittagslinie

den Riß, legt an den Anhaltungspunct des zugelegten Zuges die lange Seite des festgestellten Zulegecompasses und dreht denselben behutsam um den Anhaltungspunct so lange, bis die Nordspitze der Magnetnadel in SO $6^h\ 0\frac{2}{4}$ m, nämlich in dem durch Rechnung gefundenen Hauptstreichen, einspielt. Hierauf zieht man durch den Anhaltungspunct längs der langen Kante des Zulegecompasses eine feine Bleilinie, so ist selbe die Hauptstreichungslinie der Lagerstätte. Es ist aber zu bemerken, daß die lange Seite des Zulegecompasses an den Anhaltungspunct des Zuges so angelegt werden muß, daß der Punct S der zwölften Stundenlinie im Compasse gegen den Anhaltungspunct, N hingegen gegen den Endpunct des Zuges gekehrt ist; ferner darf das einmal orientirte Papier, während dem Drehen des Zulegecompasses um den Anhaltungspunct, nicht im Mindesten verrückt werden, und sollte dieses geschehen, so müßte der Grundriß noch einmal orientirt und das Zulegeinstrument von Neuem um den Anhaltungspunct gedreht werden.

1. Anmerkung. Ist in der Gleichung für den Röschwinkel des Ansteigens für die ganze zugelegte Strecke, nämlich in $\text{tang. } y = \frac{t}{s}$ der Werth des Bruches $\frac{t}{s}$ sehr klein, z. B. nicht gar viel über 0·00125, so kann $\frac{t}{s}$ = Null gesetzt werden, wodurch auch tang. y = Null wird, und es giebt in diesem Falle schon die Gleichung $\text{tang. } x = \frac{L}{B}$ das Hauptstreichen der Lagerstätte an. Z. B. es sei t = 0·29 Ltr.; s oder die Sohle zwischen dem Anhaltungs- und Endpuncte des Zuges = 99·69 Ltr., so ist $\frac{t}{s} = \frac{0{\cdot}29}{99{\cdot}69} = 0{\cdot}002909$; zu dieser Tangente gehört der Winkel 10′ oder $0,\frac{1}{4}$ m, da aber 0·002909 keinen so großen Werth giebt, so kann selbes weggelassen werden.

2. Anmerkung. Ziemlich genau findet man das Hauptstreichen einer Lagerstätte nach folgender Formel:

$$\text{das Hauptstreichen} = \frac{a.a' + b.b' + c.c' + d.d' + \ldots\ldots}{a + b + c + d + \ldots\ldots}$$

In dieser Formel ist
a die Größe der ersten Sohle, **a'** ihr Streichen,
b „ „ der zweiten Sohle, **b'** ihr Streichen,
c „ „ der dritten Sohle, **c'** ihr Streichen u. s. w.

Bei wirklicher Berechnung verwandelt man die Stunden in Grade und ihre Theile in Decimalbrüche, z. B., es sei **a** nach dem Winkelbuche = 4·49, und **a'** oder das Streichen nach dem Compaß **SO** $8^h 2$, so ist

$8^h 2 = 123^o\ 45' = 123{\cdot}75^o$ und daher wäre in der Formel **a.a'** = 4·49.123·75 = 555·6375.

§. 63.

Sehr oft verlangt die Auflösung einer Aufgabe, daß nebst dem Grundrisse eines verrichteten Zuges auch sein Seigerriß oder senkrechter Durchschnittsriß angefertigt werde. In solchen Fällen halte man sich an folgende allgemeine Regeln:

1) Man ziehe am Grundrisse in der Nähe der untern Seite des Rechteckes **ABMQ**, Fig. 29, eine Linie **RS**, welche mit der untern Seite **MQ** parallel ist. Diese Linie stellt die Sohle der seigeren Projection oder des Seigerrisses vor.

2) Auf diese Sohle **RS** ziehe man aus allen Hauptpuncten **a**, **r**, **g**, **s**, **q'** des Zuges (siehe 11: §. 39) seigere Linien **aa'**, **rr'**, **gg'**, **ss'** u. s. w.

3) Auf diese Linien trägt man aus den Durchschnittspuncten **a'**, **r'**, **g'**, **s'** u. s. w. nach aufwärts die Seigerteufen der Hauptpuncte nach einem verjüngtem Maße auf. Diese Seigerteufen müssen auf irgend einen tiefen Punct bezogen werden. Um die Seigerteufen von einem Hauptpuncte zum andern zu erhalten, schließt man nach §. 48 dieselben ab und kann, der leichteren Uebersicht wegen, am Ende des ganzen eingeschriebenen Zuges im Winkelbuche eine Wiederholung dieser Seigerteufen zwischen den Hauptpuncten notiren, beiläufig in folgender Art:

0·45 steigt die Streckensohle von **a** bis **r**,
0·89 Seigerteufe zwischen **r** und **g**,
2·93 „ zwischen **g** und **s** u. s. w.

Ist das Grubengebäude zu tief, so kann das Auftragen der Seigerteufen zwischen den einzelnen Haupt-

puncten des Zuges auf die senkrechten aa', rr' u. s. w. nicht nach demselben Maßstabe, nach welchem der Grundriß gefertigt wurde, geschehen, weil man nicht so viel Raum am Papiere erübrigt. In einem solchen Falle nimmt man die Hälften, oder auch die vierten Theile der einzelnen Seigerteufen, je nachdem man mit dem Raume auszureichen glaubt, von dem verjüngten Maßstabe und trägt dieselben auf die Seukrechten; jedoch muß man dann auf dem Grundrisse noch den Maßstab verzeichnen, nach welchem der Seigerriß gefertigt wurde; man schreibt nämlich zu dem Maßstabe des Grundrisses: „Maßstab zum Grundrisse" und zu jenem des Seigerrisses: „Maßstab zum Seigerrisse.

Bei Bergamts-Revierkarten wird jedoch der Seigerriß nach einem größeren Maßstabe gefertigt, als nach welchem der Grundriß zugelegt wurde, weil es sich hier vorzüglich um genaue Uebersichten handelt.

4) Sind alle Seigerteufen zwischen den Hauptpuncten auf die Senkrechten nach einem verjüngten Maße aufgetragen worden, so erhält man die Sohlenpuncte a'', r'', g'', s'' u. s. w., welche den Sohlenpuncten a, r, g, s u. s. w. entsprechen. Endlich verbindet man die Sohlenpuncte a'', r'', g'' u. s. w. und erhält das Gerippe des Seigerrisses, welches nun mit der gehörigen Tusche ausgefüllt wird.

5) Bei Schächten werden im Seigerrisse an dem kürzern Schachtstoße die Seigerteufen in Lachtern, an dem längern Stoße in Fahrten, jede zu 12 Ellen gerechnet, geschrieben.

Die neue Bergelle ist in Sachsen $= \frac{2}{7}$ Lachter $= \frac{4}{7}$ Meter. Wäre also die Seigerteufe bei einem Schachte, z. B. 80 Ltr., so hat man $180 : \frac{2}{7} \times 12 = 52\frac{1}{2}$ Fahrten.

6) Ferner wird im Seigerrisse zu Ende einer jeden Strecke angegeben, wie viel sie von dem Hauptschachte oder auch sonst von einem andern Hauptpuncte aus ansteigt, d. i., wie groß die Seigerteufe zwischen dem Endpuncte der Strecke und dem Hauptschachte oder einem andern Hauptpuncte sei.

§. 64.

Oft werden in den Berg nach einer gewissen Richtung Gänge, welche nur wenig gegen die Horizontallinie geneigt sind, nach einem gewissen Puncte hin getrieben, und größtentheils zu dem Zwecke, um den Ablauf des Wassers oder den Luftzug (Wetter) zu befördern, oder sie dienen auch zur Herausförderung der Erze. Man nennt diese fast horizontalen Gänge Stollen. Denjenigen Punct über Tage am Abhange des Gebirges, von wo der Stollen in den Berg getrieben werden soll, nennt man den Ansitzepunct des Stollenmundloches. Unter Tage wird bei dem Puncte, bis zu welchem der Stollen getrieben werden soll, das Streichen der Richtungslinie des zu treibenden Stollens mit dem Compaß beobachtet, und so weiß man, welches Streichen der Stollen haben muß, wenn er bei dem Puncte unter Tage einkommt.

Es ist nun folgende Aufgabe aufzulösen:

Es ist das Streichen = s gegeben, in welchem ein Stollen von Tage aus nach einem bestimmten Puncte a unter Tage getrieben werden soll, so wie auch das Gefälle oder die Rösche dieses zu treibenden Stollens = r; man soll am Gebirgsabhange den Ansitzepunct des Stollenmundloches angeben, damit der Stollen Streichen = s und Rösche = r beibehalte.

Auflösung. Es sei in Fig. 44 ma ein Schacht und a eben derjenige Punct, bis zu welchem der Stollen vom Tage aus getrieben werden soll. Man verrichte vom Puncte a einen genauen Zug bis zu einem Puncte b am Gebirgsabhange, den man für einen solchen Ansitzepunct des Stollenmundloches hält, daß der Stollen in dem gegebenen Streichen und mit der gegebenen Rösche von diesem Puncte gegen den Grubenpunct a getrieben werden könnte. Wäre z. B. das gegebene Streichen SO. 7, 7p, so richtet der Markscheider den Tagezug, der sich an den Grubenzug anschließt, so, daß er einen Punct über Tage findet, welcher als Endpunct des Tagezuges die Eigenschaft hat, daß die letzte flache Schnur die erforderliche Lage hat. Aus dem Abschlusse der Seigerteufen des berechneten Zuges ersieht er, wie weit er

zu gehen habe, um einen solchen, vor der Hand nur beiläufigen, Punct **b** über Tage zu ermitteln. Nach der Wahl eines so vorläufig bestimmten Punctes fertige man einen Grund- und auch einen Seigerriß des ganzen berechneten Zuges. Es sei **a'fgb** der Grundriß und **molk..** der Seigerriß des verrichteten Zuges.

Man orientirt am Tischblatte den Grund- und den mit ihm verbundenen Seigerriß, indem man an die gezogene Mittagslinie **NS** den festgestellten Zulegecompaß genau anlegt, das Papier sachte so lange bewegt, bis die Achse der freispielenden Magnetnadel genau über der zwölften Stundenlinie **NS** des Compasses zu liegen kommt. Nun lasse man den Riß unverrückbar und lege an den Punct **a'** am Grundrisse, welcher dem Grubenpuncte **a** im Seigerrisse entspricht, den Zulegecompaß, drehe denselben behutsam um den Punct **a'** so lange, bis die Magnetnadel in dem gegebenen Streichen = **s** = **SO7,7p** einhakt. Ist dies der Fall, so sieht man nach, ob der Punct **b** an der scharfen Kante des Zulegeinstrumentes liegt; zu diesem Zwecke zieht man am Papiere durch **a'**, sobald die Magnetnadel Streichen = **s** angiebt, eine feine Bleilinie längs der Kante des Zulegeinstrumentes, welche Linie somit die Streichungslinie des zu treibenden Stollens ist. Liegt nun **b** in dieser Streichungslinie, so hätte man nur zu untersuchen, ob **b** in der geraden Streichungslinie **ba'** weiter gegen **a'** oder entfernter in der Richtung **ba'** liegen müsse, damit auch die Rösche = **r** zum Vorscheine kommt.

Aber nur in sehr seltenen Fällen wird es Statt finden, daß die Streichungslinie durch **b** gehen wird. Gesetzt nun, man müßte den Zulegecompaß wegen des gegebenen Streichens so lange um **a** drehen, daß **a'c** die am Papiere gezogene Streichungslinie des Stollens ist. Man fälle nun aus dem Endpuncte des Tagezuges **b** auf die Streichungslinie die Senkrechte **bn**, messe dieselbe nach dem verjüngten Maßstabe und bestimme das Streichen der Linie **bn** an dem noch unverrückten Papiere entweder mittelst des Zulegecompasses oder aus dem gegebenen Streichen des Stollens nach der Formel:

Streichen der **bn** = $s \pm 6^h$. Dieser Punct **n** muß nun am Gebirgsabhange aufgefunden werden, indem das Streichen und seine söhlige Entfernung nach dem ver-

jüngten Maße von b ermittelt wurde. Es sei bn nach dem verjüngten Maße = 20 Lachter und das Streichen der bn sei = SW 1, 7p. Es wird daher, wie schon §. 52 unter A angedeutet wurde, die Sohle von 20 Ltrn. in dem Streichen SW 1, 7p vom Puncte b aus am Gebirgsabhange abgegeben. Mittelst Markscheiderböcken verrichtet man nun von b aus einen Zug von einigen flachen Schnüren, deren jede das Streichen SW 1, 7p haben muß, was, wie bekannt, dadurch bewerkstelliget wird, daß die Schnur mittelst des Markscheiderbockes so lange behutsam nach rechts oder links bewegt wird, bis der im andern Endpuncte der Schnur eingehängte Compaß das gegebene Streichen zeigt. Man berechnet nun die Längen und Breiten der einzelnen flachen Schnüre, sucht daraus die Sohle und vergleicht das Resultat mit der Größe der Linie bn. Gesetzt, man habe folgende 4 flachen Schnüre bei diesem kleinen Zuge genommen und ihre Längen und Breiten genommen:

Längen:	Summen:	Breiten:	Summen:
4·34.	4·34.	2·8.	2·8
2·45.	6·79	1·5	4·3
3·72.	10·51	2·19	6·49
4·31	14·82	3·2	9·69.

Für die Sohle q dieses verrichteten Zuges hat man daher $q = \sqrt{(L^2 + B^2)} = \sqrt{(14{\cdot}82^2 + 9{\cdot}69^2)} = \sqrt{323{\cdot}5285} = 17{\cdot}99$ Ltr.

Dieses Resultat ist aber von der Sohle bn = 20 Ltr. um 20—17·99 = 2·01 Ltr. verschieden; man hat somit den Punct n am Gebirgsabhange noch nicht gefunden. Es wird also jetzt von dem Puncte auf der Erdoberfläche, bis zu welchem man bei der Messung der 4 flachen Schnüre gekommen, noch eine fünfte flache Schnur abgegeben werden müssen, welche die Sohle 2·11 Ltr. und Streichen SW 1, 7p hat.

Man ziehe also eine flache Schnur in diesem Streichen von jenem Puncte und es sei die Neigung der flachen Schnur $10\frac{3}{4}$p = 10° 50′, somit hat man für die abzumessende Größe der flachen Schnur nach §. 52 A: die flache Schnur $= \frac{2{\cdot}11}{\text{cosin. } 10^\circ\, 50'} = 2{\cdot}14$ Ltr., welche nun auf der flachen Schnur von ihrem Anfangspuncte

mit der Kette genau abgemessen werden. In dem Endpuncte dieser 2·14 Ltr. wird an der flachen Schnur ein Loth eingehängt, dessen Senkel auf der Dammerde den Punct zeigt, der somit der Endpunct der abgegebenen Sohle ist, wo ein Stab eingesteckt wird. Mit dieser bisher verrichteten Operation ist zwar ein Punct n am Gebirgsabhange gefunden worden, der in der Streichungslinie des Stollens liegt, ob er aber der Ansitzepunct ist, ist noch zu ermitteln. Aus dem berechneten Zuge bis n ergiebt sich, um welche Seigerteufe der Punct n höher oder niedriger liege, als der Grubenpunct. Gesetzt, es liege der Punct n, dem Abschlusse aller Seigerteufen zu Folge, um 5·5 Lachter höher, als der Grubenpunct, so wird von n, nach §. 55, ein Punct n′ am Gebirgsabhange abgegeben, der um 5·5 Ltr. tiefer liegt, als n, jedoch in derselben Streichungslinie ac des Stollens. Die flache Schnur muß somit das Streichen = s = SO 7,7p haben, und ihre Größe ist, nach §. 55, $= \frac{5 \cdot 5}{\sin. x}$, wo x den Neigungswinkel der flachen Schnur anzeigt. Gesetzt, es sei die Schnur $45\frac{1}{2} = 45^0\,30'$ geneigt, so ist die Größe der abzugebenden flachen Schnur $= \frac{5 \cdot 5}{\sin. 45^0\,30'}$ = 7·71 Ltr., welche auf der flachen Schnur abgemessen werden; der Endpunct der gemessenen 7.71 Ltr. giebt den Punct am Boden, was durch ein Senkel bewerkstelliget wird. Damit man den Punct n′ am Papiere erhalte, berechne man die Sohle der flachen Schnur von 7·71 Ltr., so ist für dieselbe §. 41. 7·71 . cosin. $45^0\,30'$ = 5·4 Ltr., welche mittelst des Zirkels nach dem verjüngten Maße von n gegen n′ auf der Streichungslinie ac aufgetragen werden. So erhielt man nun einen Punct n′ am Grundrisse, v im Seigerrisse, welcher in derselben Sohle mit dem Grubenpuncte liegt und wäre die Aufgabe dahin gestellt worden, daß der Stollen in dem gegebenen Streichen = s, aber horizontal oder söhlig bei dem Grubenpuncte a einkommen soll, so wäre schon die Aufgabe aufgelös't und n′ am Gebirgsabhange ist der Ansitzepunct des zu treibenden horizontalen Stollens. Da aber der Stollen auch mit Rösche oder Gefälle = r bei a einkommen soll, so muß ein Punct k in der Strei-

chungslinie **ac** gesucht werden, welcher um die gegebene Rösche tiefer liegt, als **n'**; denn **n'** liegt ja mit dem Grubenpuncte in derselben Horizontalen. Wäre z. B. die Rösche des ganzen Stollens (im Seigerrisse **ap**) **ap** = **r** = 0·5 Ltr., so müßte am Gebirgsabhange vom Puncte **n'** eine flache Schnur im Streichen **SO 7, 7p** abgegeben werden, welche um die Seigerteufe 0·5 Ltr. tiefer, als **n** liegt (§. 55).

Wäre aber **r** nicht die Rösche des ganzen Stollens, sondern hätte **r** die Bedeutung, daß z. B. auf 100 Lachter Ortslänge des zu treibenden Stollens 0·25 Lachter Rösche gegeben werden soll, so müßte erst die Größe der Rösche **ap** des ganzen Stollens berechnet werden und es ist **ap** = **r** . **an'**, wo **an'** bestimmt werden kann, indem man am Grundrisse diese Linie mit dem Zirkel fassen und ihre Länge am verjüngten Maßstabe finden kann; es sei **an'** = 60 Ltr., so ist **ap** = 0·0025 . 60 = 0·15 Ltr., um welche Seigerteufe ein Punct tiefer als **n'** abgegeben werden müßte. Es sei dies **k** im Grund- und **k'** im Seigerrisse, so ist **k'** oder **k** der gesuchte Ansitzepunct des Stollenmundloches.

1. Anmerkung. Es versteht sich wohl von selbst, daß, wenn der Punct **n** nach dem Abschlusse der Seigerteufen des ganzen Zuges tiefer liegen möchte, als der Grubenpunct, z. B. um die Seigerteufe **e**, ein Punct **n''** im Streichen der **ac** abgegeben werden müßte, welcher um die Seigerteufe **e** höher liegt, als **n**. Das weitere Verfahren bleibt dann in Hinsicht der Rösche dasselbe, wie gesagt wurde.

2. Anmerkung. Da der Grund- und Seigerriß genau sein muß, so kann man in Hinsicht der Genauigkeit desselben folgende Controlle vornehmen: Ist nämlich der ganze Zug gehörig berechnet worden und zwar auch nach Länge und Breite und ist die Längensumme zwischen **a** und **b** = **L**, die Breitensumme = **B**, so ist **ab** = $\sqrt{(L^2 + B^2)}$. Faßt man nun die Gerade **ab** am Grundrisse, so müßte dieselbe nach dem verjüngten Maße dasselbe Maß geben, als der Ausdruck $\sqrt{(L^2 + B^2)}$, wenn der Grundriß richtig ist. Findet eine Abweichung Statt, so ist ein Fehler entweder beim Abziehen oder beim Zulegen des Zuges unterlaufen, welcher berichtigt werden muß.

3. Anmerkung. Es wurde gesagt, daß die Größe der abzugebenden und am Grundrisse gezogenen Sohle bn auf dem Risse mit Hülfe des Maßstabes bestimmt wird. Aber auch durch Rechnung läßt sich das Maß dieser Sohle bn finden. Der Winkel ba'n läßt sich aus dem Streichen der beiden Schenkel ba' und a'n bestimmen (§. 29). Das Streichen der a'n ist jenes von a'c, somit SO 7, 7p und um das Streichen der Linie ba' zu erhalten, lege man an den orientirten Grundriß den Zulegecompaß und beobachte das Streichen von ba', es sei NO . 4, 3p somit, weil beide Schenkel des Winkels ba'n in demselben Halbhorizonte liegen, ist Winkel ba'n = 7, 7p — 4, 3p = $3^h 4$ = 52° 30'. Weil ab als Sohle zwischen dem Anfangs- und Endpuncte des Zuges aus der berechneten Längen- und Breitensumme bekannt ist, so ist im Dreiecke bna'

bn = ab . sin. 52° 30'.

Dies gilt zugleich eine Controlle der Zeichnung, indem der berechnete Ausdruck a'b . sin. 52° 30' ebensoviel zum Resultate geben muß, als bn nach dem verjüngten Maße beträgt.

Bei'm Verleger dieses sind erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben:

Prestel, D. M. A. F. (Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften am Gymnasium zu Emden), methodisch-theoretisch-practisches Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie zum Schulgebrauch und zur Selbstbelehrung, in'sbesondere für angehende Feldmesser, Markscheider, Architecten, Seefahrer, Militairs u. a. Mit 8 Figurentafeln. gr. 8. $\frac{5}{6}$ Rthl. oder 1 fl. 30 kr.

Dieses Lehrbuch zerfällt in zwei Kurse. Im ersten ist die geometrische, im zweiten die algebraische Darstellungsweise vorherrschend. Durch diese Trennung allein war es möglich, den Stoff methodisch und leicht faßlich zu formen und darzustellen. Der erste Kursus, immer vom Einzelnen und Besondern ausgehend, bringt alle bei der Anwendung vorkommenden Sätze der Trigonometrie durch Anschauung zur Vorstellung; der zweite Kursus hingegen führt, in gerade umgekehrter Richtung, vom Allgemeinen zum Besondern. Hierdurch ist auch den nicht mit besondern Anlagen für das Studium der Mathematik ausgerüsteten Anfängern das Lernen erleichtert und eine lebendige Auffassung der Trigonometrie möglich gemacht.

Die überaus kurze und leicht faßliche Ableitung der Formeln für das rechtwinklicht sphärische Dreieck ist durchaus neu, die Entwickelung der auf das schiefwinklicht sphärische Dreieck bezüglichen Gleichungen aber prägnanter und anschaulicher, als irgend eine übliche. Anfängern werden die vollständig ausgeführten Vorbilder von Zahlenbeispielen, Lehrern aber die große Menge von Aufgaben zur Uebung schätzenswerth sein.

Barfuß, D. Fr. W., Handbuch der höhern und niedern Meßkunde, oder gründliche Unterweisung in der gewöhnlichen Feldmeßkunst, zu größeren geodätischen Aufnahmen, zu geographischen Triangulirungen, barometrischen Höhenmessungen, zu Nivellements und zum Gebrauch der Instrumente. Nach dem neuesten Standpuncte der Wissenschaft bearbeitet. Mit 14 lithographirten Foliotafeln. Zweite sehr vermehrte und verbesserte Auflage. gr. 8. $2\frac{1}{2}$ Rthl. oder 4 fl. 30 kr.

Hampel, H. G. (Lehrer der Mathematik und Architectur rc.), geometrische Constructionen, oder Anweisung, gerade Linien und Winkel zu theilen, reguläre Figuren in und um Kreise, in und um geradlinige Figuren zu beschreiben; gleich- und ungleichsei-

tige Dreiecke aus ihren Seiten und Winkeln, gedrückte Bogen oder sogenannte Ovale, Kegelschnitte, Spiral- und Proportional-Linien, sowie kubische und biquadratische Gleichungen zu construiren; die Kreisperipherie ohngefähr zu rectificiren; die Kreisfläche ohngefähr zu quadriren; Tangenten an Kreise, Kreise an Kreise und gerade Linien zu legen, den Schwerpunct der Linien, Flächen und Körper zu finden; Netze zu den platonischen und andern Körpern zu entwerfen; architectonische Glieder zu zeichnen; ebene Figuren und Körper zu verwandeln und ebene Figuren zu theilen ꝛc. Ein Handbuch sowohl für Bau- und Gewerbeschulen, als auch für den Selbstunterricht, für Architecten, Bergleute, Brunnenmacher, Feldmesser, Forstmänner, Ingenieurs, Maurer, Mechaniker, Militärs, Müller, Oekonomen, Steinmetzen, Uhrmacher und Zimmerleute. Mit 15 Steintafeln, worauf über 700 Figuren. Zweite Ausgabe. 8. 2½ Rthl. oder 4 fl. 30 kr.

Leo, W. (fürstl. Schwarzburgischer Bergmeister in Könitz), theoretisch-practische Anleitung zum Nivelliren. Ein Lehrbuch für Baugewerken, Oekonomen, Müller, Militär-Ingenieure, Land-, Straßen- und Forst-Geometer, insonderheit aber für Berg- und Eisenbahnbau. Mit 9 lithographirten Tafeln. gr. 4. 1½ Rthl. oder 2 fl. 42 kr.

Mahistre, A. (Prof. der Mathematik zu Chartres), Lehrbuch der vergleichenden Geometrie oder neu bewährte Methode, die Lehren der Stereometrie in natürlicher Ordnung mit denen der Planimetrie zugleich in paralleler Weise darzustellen. Nach dem Französischen bearbeitet und mit vielen Aufgaben vermehrt von A. Lorey, Vorsteher der Realschule zu Weimur. Mit 8 Taf. in Fol. gr. 8. 1½ Rthl od. 2 fl. 42 kr.

Sternickel, F. W., Stereometrie oder Körpermessung in ihrer Anwendung auf Baukunst, Forst- und Landwirthschaft und überhaupt auf viele im Leben vorkommende Geschäftsfälle. Für Forstmänner, Baumeister, Zimmerleute, Maurer, Tischler, Böttcher ꝛc. Mit 16 Holzschnitten. 4. ½ Rthl. od. 54 kr.

Sternickel, F. W., practische Altimetrie oder Höhenmessung, nebst der angewandten ebenen Trigonometrie. Für Bau- und Forstverwalter, Feldmesser, Zimmerleute, Maurer, Industrie- und Werkschulen rc. Mit 14 lithogr. Quarttafeln. gr. 8. ⅔ Rthl. oder 1 fl. 12 kr.

Thon, D. Th., Lehrbuch der Reißkunst, oder der wahren Grundsätze des theoretischen u. practischen Zeichnens, sowohl mit Lineal und Zirkel, als auch aus freier Hand nach Musterzeichnungen, besonders aber nach der Natur. Mit specieller Rücksicht auf Bauhandwerker und Gewerbschulen, Bildhauer u. Maler. Nach des Verfassers Tode neu herausgegeben von F. Durand, k. preuß. Artillerieofficier. Mit einem neu gezeichneten Atlas von 40 Tafeln. Zweite verbesserte Auflage. 8. 1½ Rthl. oder 2 fl. 42 kr.

Combes, Handbuch der Bergbaukunst. Deutsch von Dr. C. Hartmann. Zehn Lieferungen complet. 4. 16 Rthl. oder 28 fl.

Groß, L. Freih. v. (Großherz. sächs. Kammerherr und Geh. Finanzrath), Geologie, Geognosie und Petrefactenkunde mit 500 Abbildungen der die Gebirgsformationen characterisirenden Petrefacten. Mit 16 lithograph. Tafeln. gr. 8. 2 Rthl. od. 3 fl. 36 kr.

Hartmann, D. C. F. A. (Herzogl. braunschweig. Berg-Commissär rc.), Handbuch der Mineralogie zum Gebrauch für Jedermann, besonders aber für Universitäten, Berg-, Forst- und polytechnische Akademien, zum Selbststudium und für Sammler. Zugleich als zweite ganz umgearbeitete Auflage der „Mineralogie in 26 Vorlesungen." Erster Band. Mit vielen in den Text eingedruckten Holzschnitten und mit 11 lithograph. Foliotafeln. Zweiter und letzter Band, mit vielen Holzschnitten und 19 lithograph. Foliotafeln. gr. 8. 1. Band. 3 Rthl. oder 5 fl. 24 kr. 2. Bd. 4¾ Rthl. oder 8 fl. 36 kr. Preis aller 2 Bände 7¾ Rthl. oder 14 fl.

Hartmann, C., der treue Führer bei'm Schürfen, oder die äußern Kennzeichen und Merkmale der Lagerstätten, wo mit guter Aussicht bergmännische Schürf- und Bohrversuche auf Erzgänge, Steinkohlen- und Braunkohlen-Flötze, Steinsalz, Torf, Braunstein, Salzquellen ꝛc. unternommen werden können. Nach Combes, Degoussé, Mohs, Tunner, Villefosse und Andern. Mit 7 lithogr. Tafeln. 8. 1⅙ Rthl. oder 2 fl. 6 kr.

Außer einer kurzen Anleitung zum Schürfen, welche der verewigte Bergrath Mohs in Wien auf Veranlassung der obersten Bergwerksbehörde daselbst vor etwa 10 Jahren herausgab, existirt bis jetzt kein Rathgeber bei'm Schürfen, wo er doch so nöthig ist. Von einem so tüchtigen Geologen und Bergmann, als dem Verfasser, ließ sich erwarten, daß er diese sich gestellte Aufgabe zur großen Befriedigung des bergmännischen Publicums gelös't habe, obgleich sie zu den sehr schwierigen gehört. Das Schürfen ist ein höchst wichtiger Theil der Bergbaukunst, indem auf ihm die Zukunft des ganzen Bergbaues beruht. Das so leicht zugängliche Büchlein muß daher in den Händen eines jeden Bergbeamten und Eigenlöhners sein.

Villefosse, H. de, über den Mineralreichthum. Betrachtungen über die Berg-, Hütten- und Salzwerke verschiedener Staaten, sowohl rücksichtlich ihrer Production und Verwaltung, als auch hinsichtlich des jetzigen Zustandes der Bergbau- und Hüttenkunde. Deutsch bearbeitet von D. C. Hartmann. Drei Bände. Nebst einem Atlas von 40 theils illuminirten Tafeln in großem Landkarten-Format. gr. 8. 20 Rthl. oder 36 fl.

Desselben Werkes vierter (oder 1. Supplement-) Band. Auch unter dem Titel: Repertorium der Bergbau- und Hüttenkunde, enthaltend eine vollständige Zusammenstellung der neuern Fortschritte dieser Wissenschaften. Von D. C. Hartmann. Nebst einem Atlas von 16 lithographirten Plano-Tafeln. gr. 8. 9 Rthl. oder 16 fl. 12 kr.

Desselben Werkes fünfter (oder 2. Supplement-) Band. Nebst einem Atlas von 20 lithograph. Planotafeln. gr. 8. 12 Rthl. oder 21 fl 36 kr.

Hartmann, C., der wohlunterrichtete Hohofen- und Hammermeister, oder gemeinfaßliche Darstellung der Roheisenerzeugung, der Stabeisenfabri-

Bayerische Staatsbibliothek München

cation und der Stahlbereitung. Für angehende Hüttenbeamte, Hüttenbesitzer, Eisenhüttenarbeiter, sowie überhaupt für Jeden, der Interesse am Eisenhüttengewerbe hat. Mit 12 lithogr. Querfoliotafeln. 8. 3 Rthl. oder 5 fl. 24 kr.

Lyell, C., Elemente der Geologie. Aus dem Englischen von D. C. Hartmann. Nebst einem Atlas mit 36 lithogr. Tafeln. 8. eleg. cartonn. in Etuis u. Goldschnitt. 2¾ Rthl. oder 4 fl. 57 kr.

Lyell, C., Grundsätze der Geologie, oder die neuen Veränderungen der Erde und ihrer Bewohner in Beziehung zu geologischen Erläuterungen. Erster Band. Auch unter dem Titel: die Geschichte der Fortschritte der Geologie und Einleitung in diese Wissenschaft. Aus dem Englischen von D. C. Hartmann. Mit 6 lithogr. Tafeln. 8. 2 Rthl. oder 3 fl. 36 kr.

— **Desselben Werkes zweiter Band.** Auch unter dem Titel: Die neuen Veränderungen der unorganischen Welt, oder Geschichte der durch Ueberlieferung nachgewiesenen Einwirkungen des Wassers und des Feuers auf die Gestaltung des festen Theils der Erde. Deutsch von D. C. Hartmann. Mit 33 lithogr. Tafeln. 8. 2⅚ Rthl. oder 5 fl. 6 kr.

— **Desselben Werkes dritter Band.** Auch unter d. Titel: Die neuen Veränderungen der organischen Welt, oder Erklärung der Fragen über das wirkliche Vorhandensein und die Unbeständigkeit der Species und über die ihrer Dauer angewiesenen Gränzen, sowie der Processe, durch welche Thier- und Pflanzenreste fossil wurden, zur Erläuterung geologischer Thatsachen. Mit 6 lithogr. Tafeln. 8. 2⅔ Rthl. oder 4 fl. 48 kr.

Hierüber sagt Oken in seiner Isis 1842: „Da Lyell einer der größten jetzt lebenden Geologen ist, so darf man dieses Werk nicht ungelesen lassen, ja man muß auch dem Uebersetzer dafür dankbar seyn, besonders da Lyell sich durch viele Reisen selbst an Ort und Stelle seine Anschauung von den Veränderungen erworben hat. Auch ist seine Darstellung so gelungen, daß man leicht eine wirkliche Einsicht in diese Naturereignisse erhält, wobei die vielen Abbildungen sehr gute Dienste leisten. Man bekommt durch dieses Werk eine vollständige und gründliche Ansicht von dem Bau unserer Erde." —

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Fig. 6.

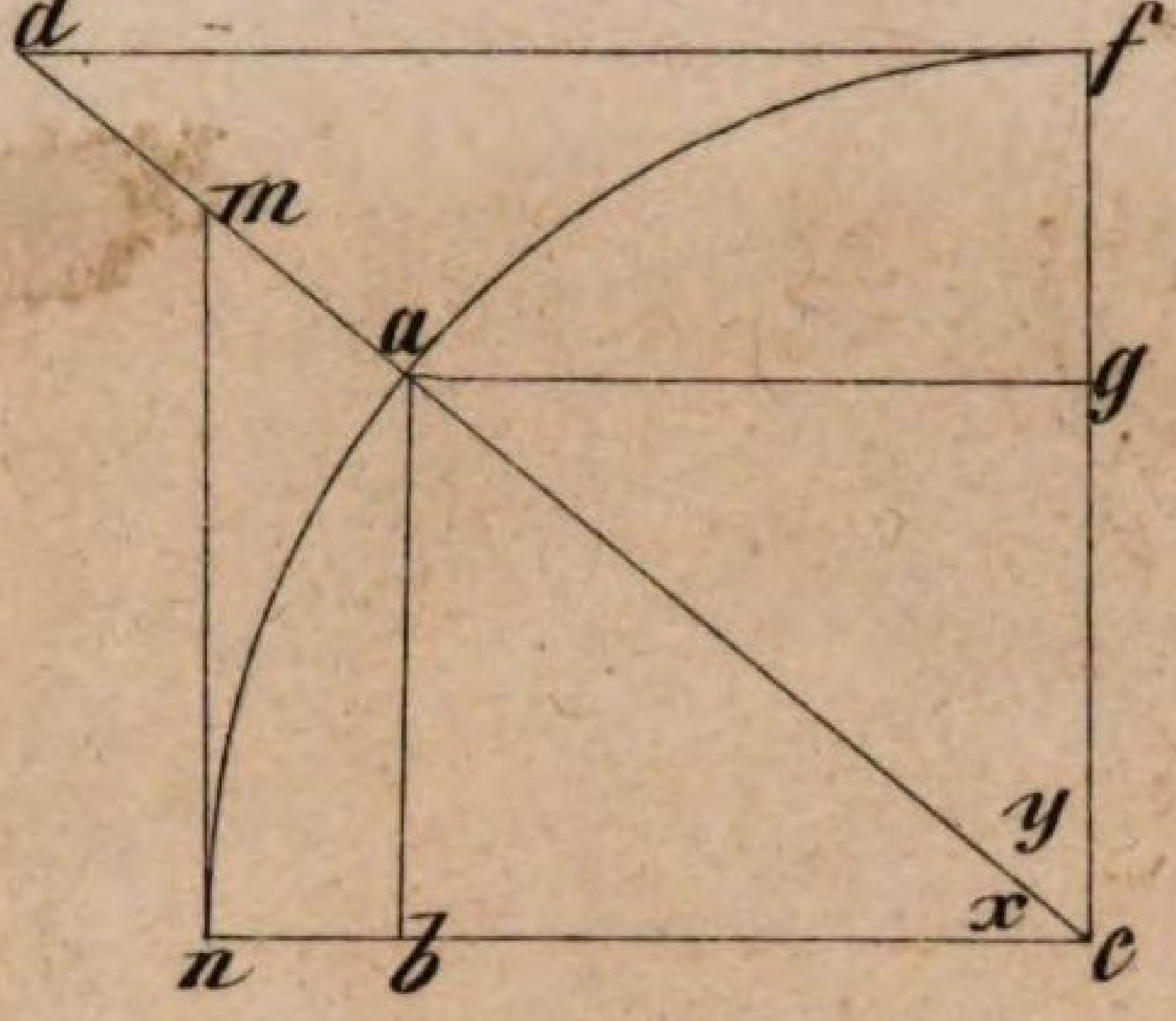


Fig. 11.

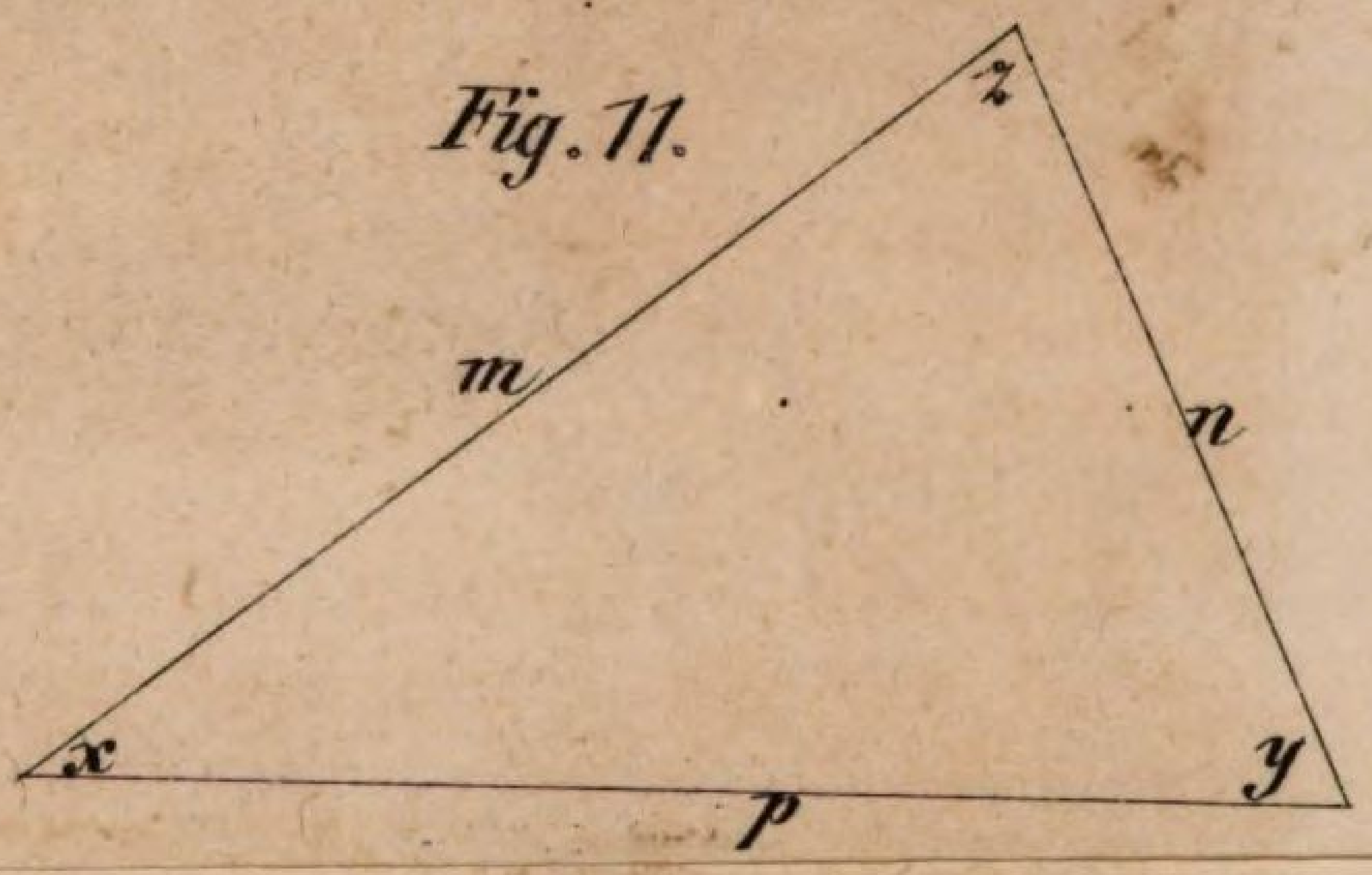


Fig. 8.

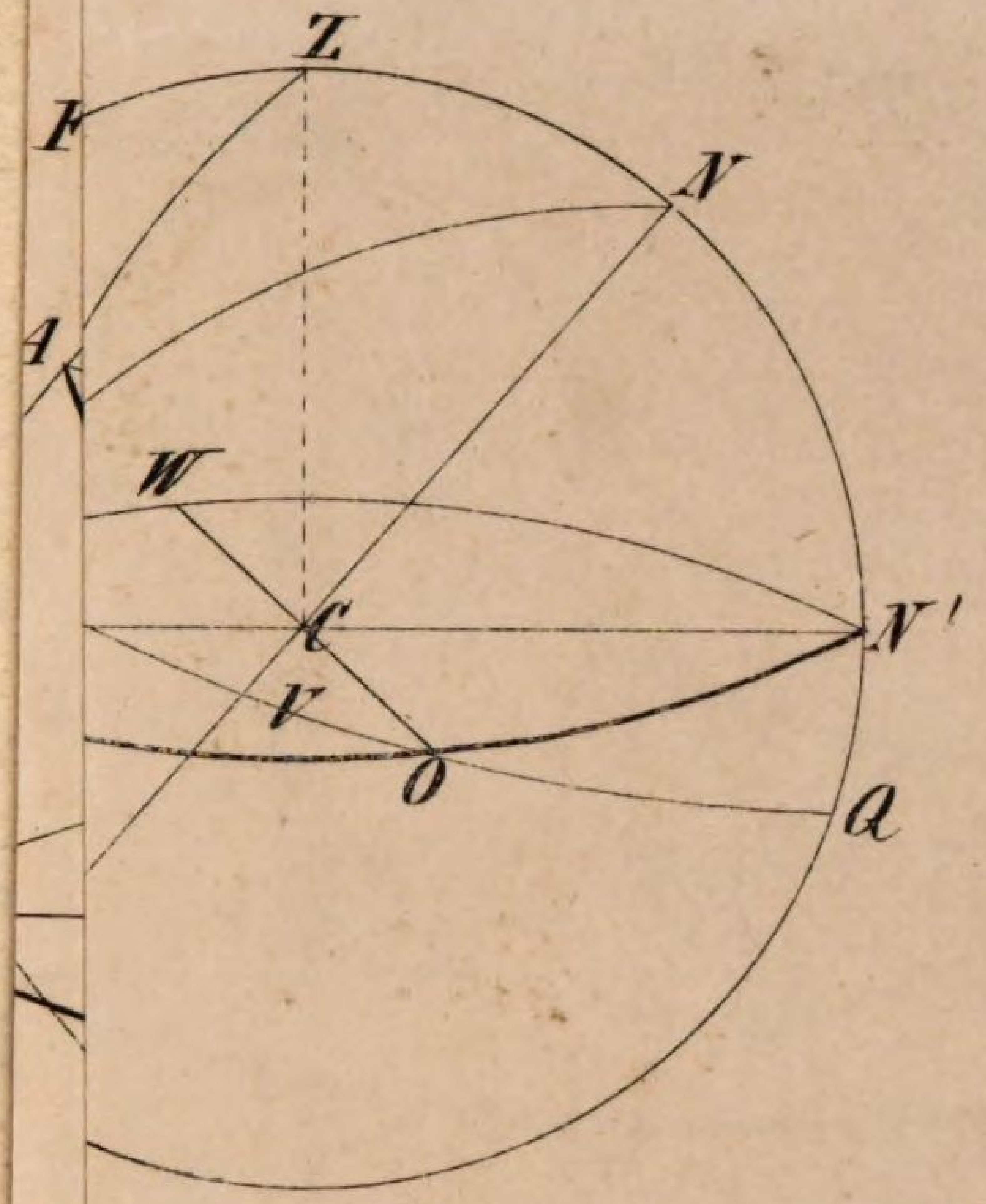
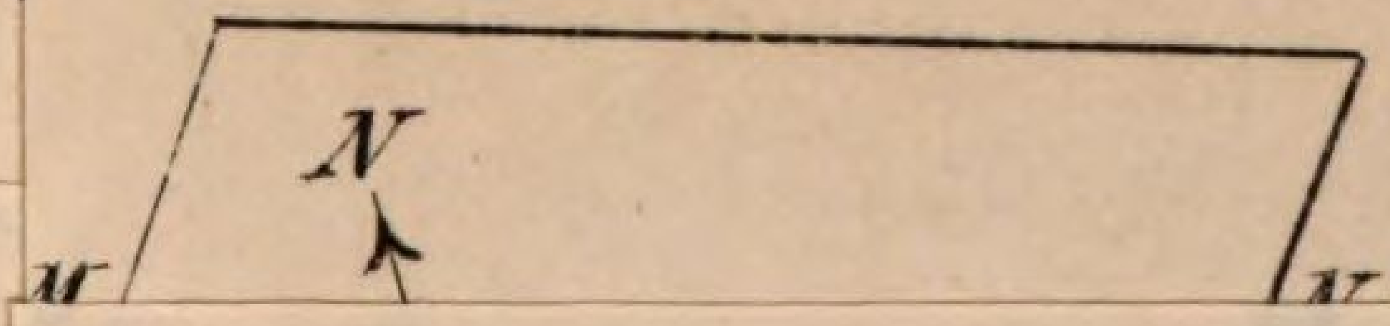


Fig. 10.



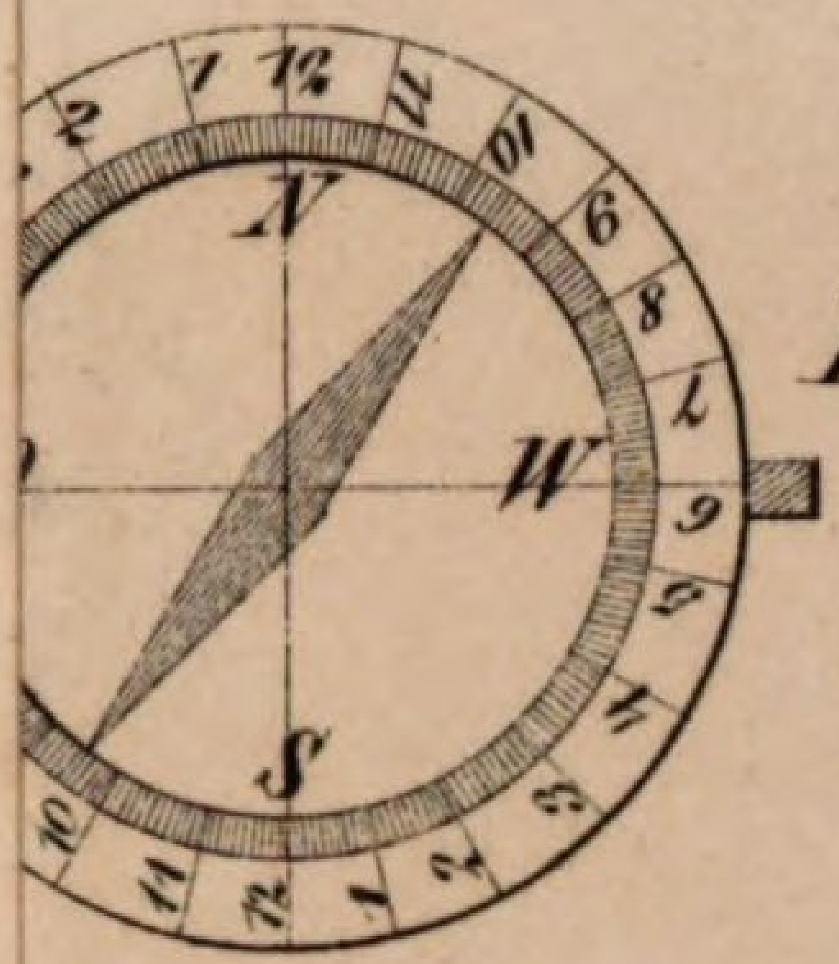
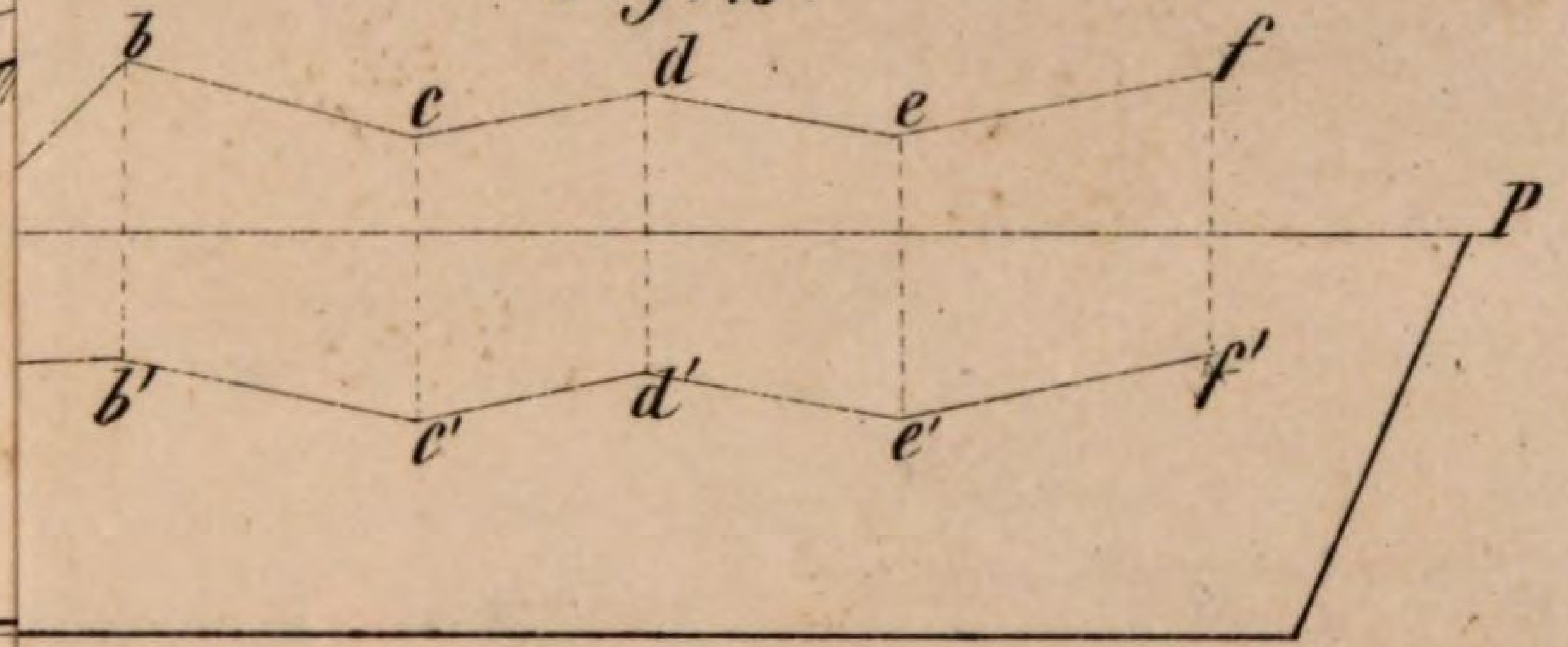


Fig. 24.

Fig. 26.



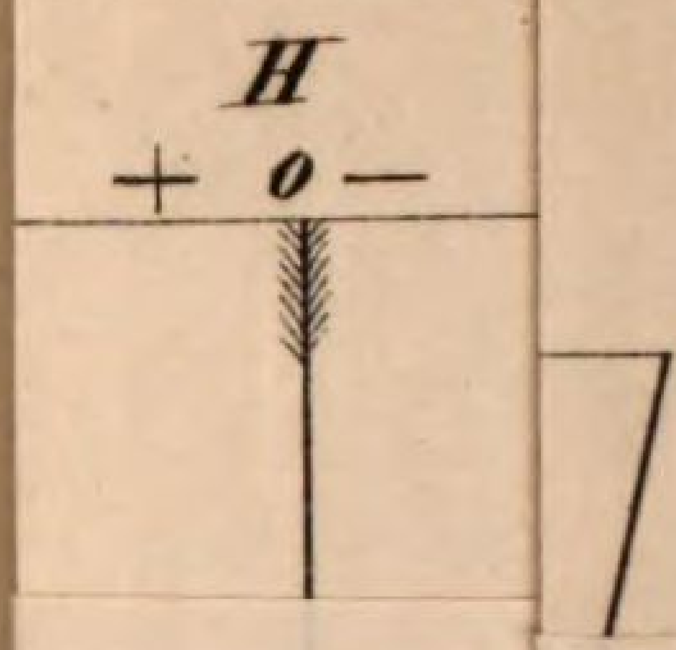
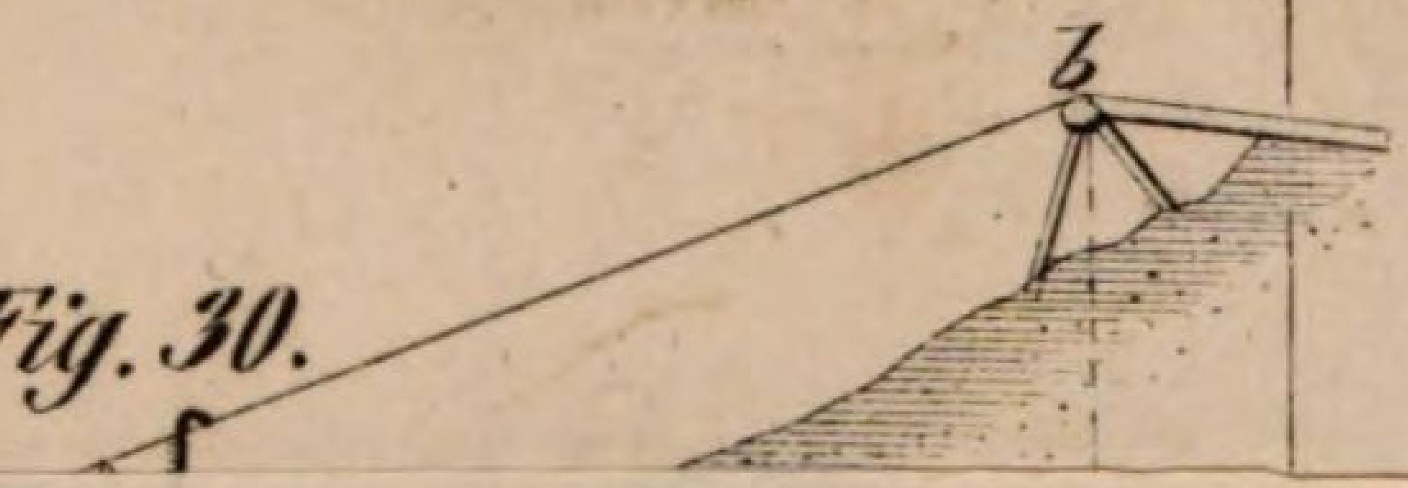


Fig. 30.



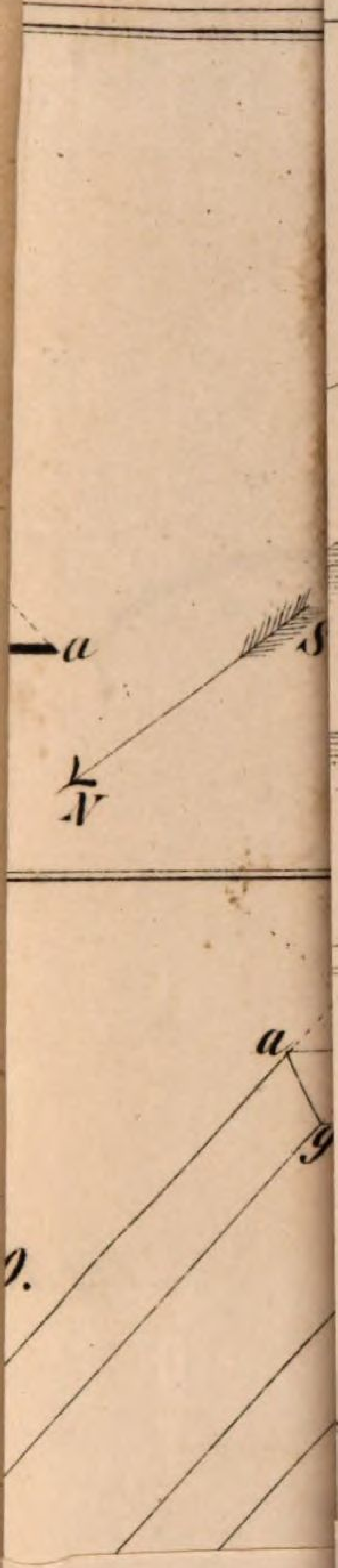


Fig. 36.

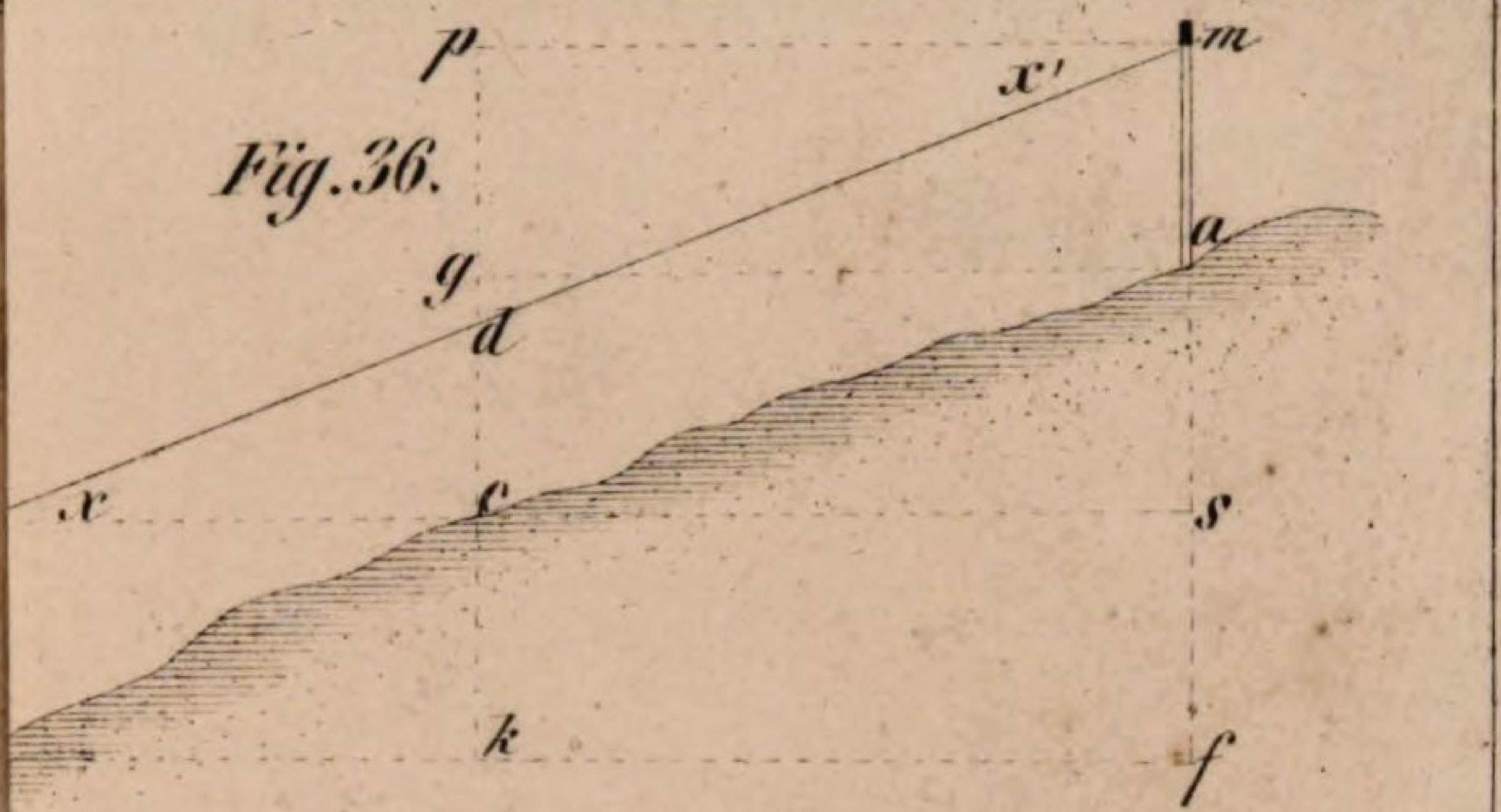
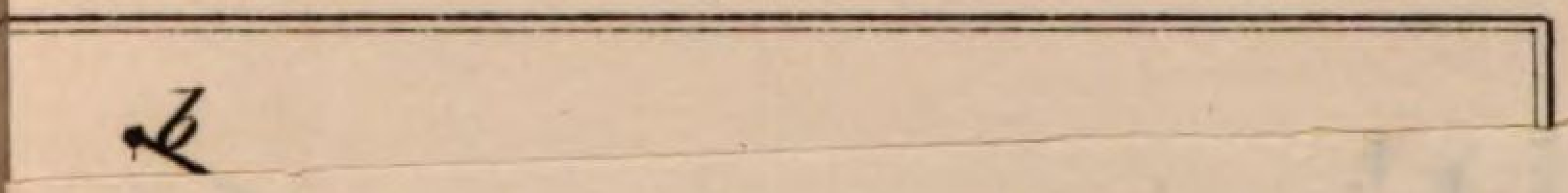


Fig. 37.

Fig. 44.



Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kotzura, Thaddäus Joseph

Anfangsgründe der Markscheidekunst mit den wichtigsten Sätzen aus der ebener Trigonometrie zunächst für seine Schüler, sodann für Bergschulen, angehende Bergleute, Geometer [et]c. entworfen

Weimar 1848

BHS II K 56
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708143-5